بحث دالة مثلثية - شتاء 2021 متأخر

3. معطاة الدالّة $f(x)=2-4(\sin x)^2$ المعرَّفة في المجال $-\frac{\pi}{2}\le x\le\frac{\pi}{2}$.

أ. بيّن أنّ $f(x)=2\cos(2x)$.

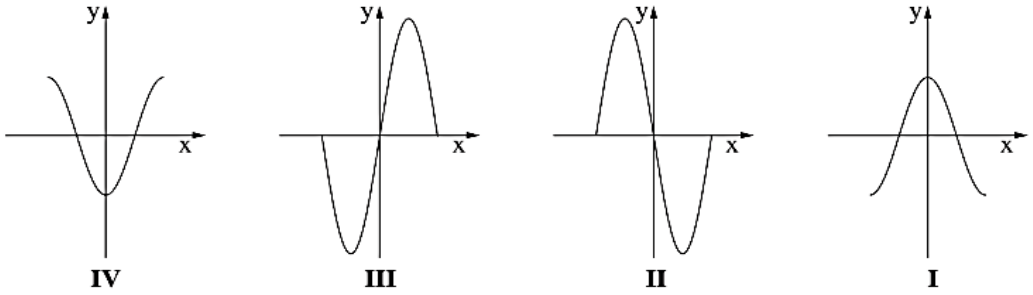
ب. جد إحداثيّات نقاط تقاطع الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ مع المحورين.

جـ. جد إحداثيّات جميع النقاط القصوى للدالّة $f(x)$ ، وحدِّد نوع هذه النقاط.

د. ارسم رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا للدالّة $f(x)$.

هـ. **(1)** حدِّد أيّ رسم بيانيّ من الرسوم البيانيّة I ، II ، III ، IV التي في آخر السؤال يصف الرسم البيانيّ للدالّة $f'(x)$ (مشتقّة الدالّة $f(x)$)، وعلّل تحديدك.

(2) احسب المساحة المحصورة بين الرسم البيانيّ للدالّة $f'(x)$ والمحور x .



أ. { برهان أنّ $f(x)=2\cos 2x$ }

$$2\cos 2x = 2(2cos^2x-1)$$

$$2\cos 2x = 4cos^2 2x - 2$$

$$f(x) = 2 - 4sin^2x$$

$$f(x) = 2 - 4(1-cos^2x)$$

$$f(x) = 2 - 4 + 4cos^2x$$

$$f(x) = 4cos^2x - 2$$

$$\Downarrow$$

$$f(x) = 2\cos 2x$$

$$\boxdot$$

ب. **احداثيات نقاط تقاطع الدالة مع المحاور**

مع x:

$$f(x) = 0$$

$$2\cos 2x = 0$$

$$\cos 2x = 0$$

$$2x = \frac{\pi}{2} + k\pi$$

$$x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}$$

الإجابات التي في المجال:

$$x = \frac{\pi}{4}, \frac{-\pi}{4}$$

$$\left(\frac{\pi}{4}, 0\right)\left(\frac{-\pi}{4}, 0\right)$$

مع y:

$$f(0) = 2\cos 0 = 2$$

$$(2,0)$$

معهد إيهاب عمر

ج. احداثيات النقاط القصوى ونوعهن

$$f'(x) = 2 \cdot -\sin 2x \cdot 2$$

$$f'(x) = -4\sin 2x$$

$$f'(x) = 0$$

$$-4\sin 2x = 0$$

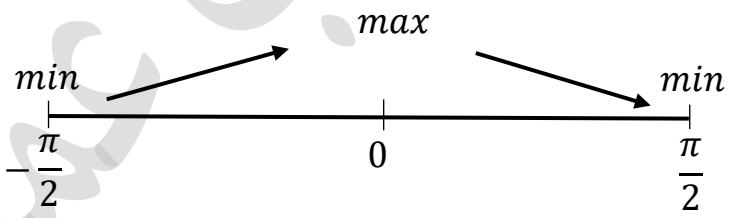
$$\sin 2x = 0$$

$$2x = \pi k$$

$$x = \frac{\pi k}{2}$$

الإجابات التي في المجال:

$$x = 0, \frac{\pi}{2}, \frac{-\pi}{2}$$

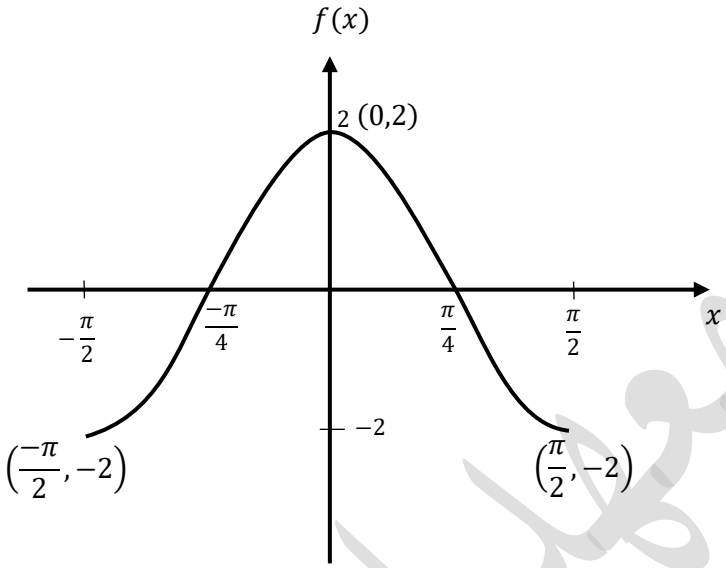


$f(0) = 2$ → $(0,2)max$

$f\left(\frac{\pi}{2}\right) = -2$ → $\left(\frac{\pi}{2}, -2\right)\ min$

$f\left(\frac{-\pi}{2}\right) = -2$ → $\left(\frac{-\pi}{2}, -2\right) min$

د. { رسم الدالة }



ه. (1) { حدد أي رسم بياني يصف دالة المشتقة $f'(x)$ }

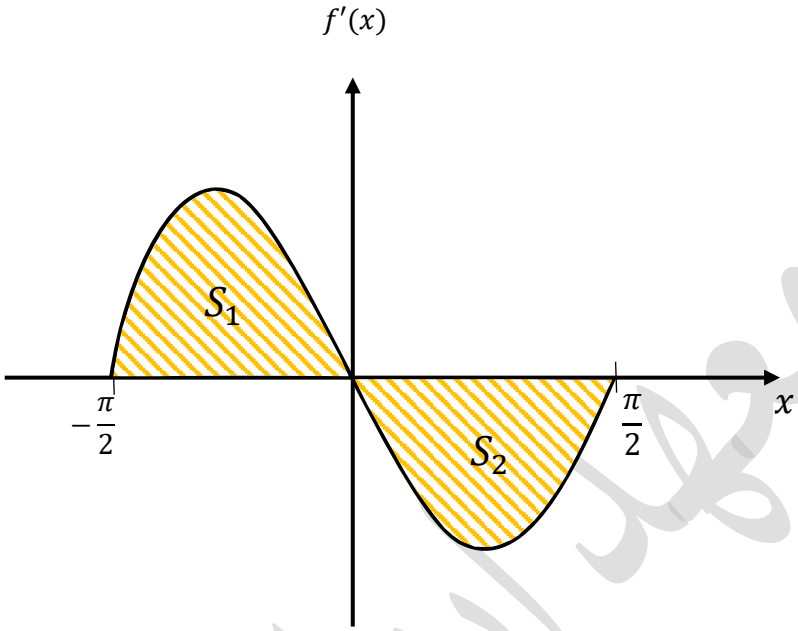
الرسم II يصف دالة المشتقة $f'(x)$.

في المجال $\frac{-\pi}{2} < x < 0$ الدالة $f(x)$ تصاعدية $\Leftarrow f'(x)$ موجبة (أي ان رسمتها في هذا المجال ستكون فوق المحور).

في المجال $0 < x < \frac{\pi}{2}$ الدالة $f(x)$ تنازلية $\Leftarrow f'(x)$ سالبة (أي ان رسمتها في هذا المجال ستكون تحت المحور).

معهد ايهاب عمر

(2) **حساب المساحة المحصورة بين $f'(x)$ ومحور x**



حساب مساحة S_1:

$$\int_{\frac{-\pi}{2}}^{0} f'(x)\,dx = f(x)|_{\frac{-\pi}{2}}^{0}$$

$$2\cos 0 - (2\cos -\pi) = 2 - (-2) = 4$$

حساب مساحة S_2:

بما ان المساحة $S2$ تقع تحت محور اكس وسقفها هو أيضا محور اكس، فإن قيمة التكامل ستكون سالبة. لذا يجب وضع التكامل في قيمة مطلقة لان المساحة هي عبارة عن قيمة موجبة.

$$\left|\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} f'(x)\,dx\right| = \left|f(x)|_{0}^{\frac{\pi}{2}}\right|$$

$$|2\cos\pi - (2\cos 0)| = |-2-(2)| = 4$$

$$S_1 + S_2 = 8$$