امتحان 7 – دوالّ بولينوم (لا يشمل تقعّرات)

4) معطاة الدّالّة $f(x) = x^4 - 8x^2 + 16 - \frac{a^2}{4}$، $a > 0$.

أجيبوا عن البند "أ". عبّروا عن إجاباتكم بدلالة a إذا دعت الحاجة.

أ. (1) جدوا إحداثيّات نقاط تقاطع الرّسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ مع المحورين.

(2) جدوا إحداثيّات النّقاط القصوى للدالّة $f(x)$ وحدّدوا نوعها.

(3) ارسموا رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا للدالّة $f(x)$.

معطى أنّ معادلة المماس للرّسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ في $x = 1$ هي $y = -12x + 5$.

ب. جدوا قيمة a.

عوّضوا $a = 8$، وأجيبوا عن البندين "جـ - د".

معطاة الدّالّة $g(x) = f(x - k) + b$. معطى أنّ نقطة النّهاية الصّغرى للدالّة $g(x)$ هي $(4,2)$.

ج. جدوا جميع قيم k وَ b الممكنة.

د. عوّضوا قيمة k الأكبر وارسموا رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا للدالّة $g(x)$.

نمرّر قطعًا بين النّقاط القصوى للدالّة $f(x)$ بحيث يتكوّن مثلّثًا.

نمرّر قطعًا بين النّقاط القصوى للدالّة $g(x)$ بحيث يتكوّن مثلّثًا.

هـ. احسبوا النّسبة بين مساحة المثلّث النّاتج عن الدّالّة $f(x)$ ومساحة المثلّث النّاتج عن الدّالّة $g(x)$.

معهد إيهاب عمر

مع كورساتنا الاونلاين، تميّز أكثر
جرب مجانًا الآن

أ.(1) نجد إحداثيّات نقاط تقاطع الرّسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ مع المحورين

$$f(x) = x^4 - 8x^2 + 16 - \frac{a^2}{4}$$

$x^4 - 8x^2 + 16 = (x^2 - 4)^2$

مع المحور x:

$$x^4 - 8x^2 + 16 - \frac{a^2}{4} = 0$$

$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$

$a = x^2 - 4 \text{ ، } b = \frac{a^2}{4}$

$$(x^2 - 4)^2 - \frac{a^2}{4} = 0$$

$$\left(x^2 - 4 - \frac{a}{2}\right)\left(x^2 - 4 + \frac{a}{2}\right) = 0$$

$$x^2 - 4 - \frac{a}{2} = 0$$

$$x^2 = 4 + \frac{a}{2}$$

$$x = \pm\sqrt{4 + \frac{a}{2}}$$

$$x^2 - 4 + \frac{a}{2} = 0$$

$$x^2 = 4 - \frac{a}{2}$$

$$x = \pm\sqrt{4 - \frac{a}{2}}$$

$$\left(\pm\sqrt{4 - \frac{a}{2}}, 0\right) \quad \left(\pm\sqrt{4 + \frac{a}{2}}, 0\right)$$

مع المحور y:

$$f(0) = (0)^4 - 8 \cdot (0)^2 + 16 - \frac{a^2}{4}$$

$$f(0) = 16 - \frac{a^2}{4}$$

$$\left(0{,}16 - \frac{a^2}{4}\right)$$

مع كورساتنا الاونلاين، تميّز أكثر
جرب مجانًا الآن

أ. (2) نجد إحداثيّات النّقاط القصوى للدالّة $f(x)$ نحدّد نوعها

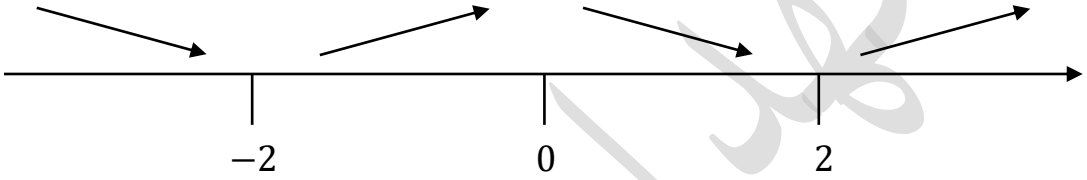
$$f(x) = x^4 - 8x^2 + 16 - \frac{a^2}{4}$$

$$f'(x) = 4x^3 - 16x = 4x(x^2 - 4)$$

$$f'(x) = 0$$

$$4x(x^2 - 4) = 0$$

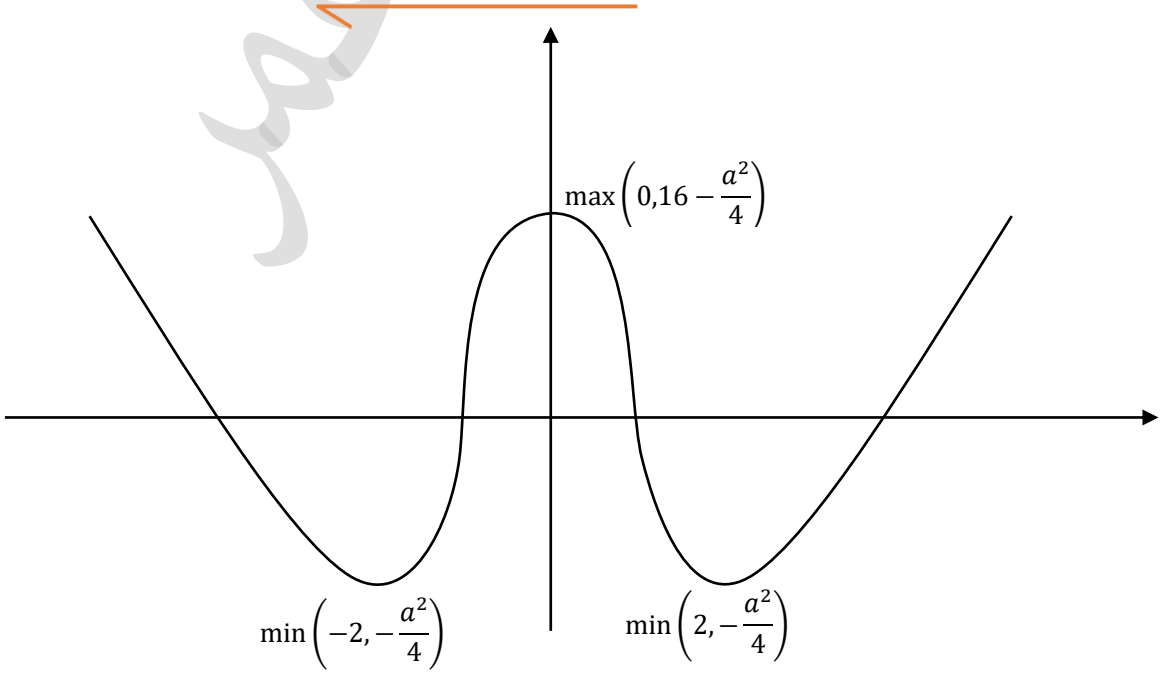
$$x = -2,0,2$$



$$f(0) = 16 - \frac{a^2}{4} \quad ، \quad f(2) = -\frac{a^2}{4} \quad ، \quad f(-2) = -\frac{a^2}{4}$$

$$\min\left(2, -\frac{a^2}{4}\right) \quad ، \quad \min\left(-2, -\frac{a^2}{4}\right) \quad ، \quad \max\left(0,16 - \frac{a^2}{4}\right)$$

أ. (3) نرسم رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا للدالّة $f(x)$



مع كورساتنا الاونلاين، تميّز أكثر
جرب مجانًا الآن

ب. نجد قيمة a

معطى أنّ معادلة المماس للرّسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ في $x=1$ هي $y=-12x+5$

نجد إحداثيّات نقطة التّماس:

$$y=-12\cdot 1+5=-7$$

$$(1,-7)$$

$$\Downarrow$$

$$f(1)=-7$$

$$f(1)=1^4-8\cdot 1^2+16-\frac{a^2}{4}$$

$$f(1)=9-\frac{a^2}{4}$$

$$9-\frac{a^2}{4}=-7$$

$$\frac{a^2}{4}=16$$

$$a^2=64$$

$a>0$

$$a=\pm 8$$

$$a=8$$

ج. نجد قيم k وَ b

$$g(x)=f(x-k)+b$$

معطى أنّ نقطة النّهاية الصّغرى للدالّة $g(x)$ هي $(4,2)$

نجد b:

النّقطتان الصّغرتان للدالّة $f(x)$ لهما نفس إحداثيّ الـy وهو $-\frac{a^2}{4}=-16$

$$-16+b=2$$

$$b=18$$

مع كورساتنا الاونلاين، تميّز أكثر
جرب مجانًا الآن

نجد k:

إمكانيّة 1: $\min\left(2,-\frac{a^2}{4}\right)$

$$2+k=4$$

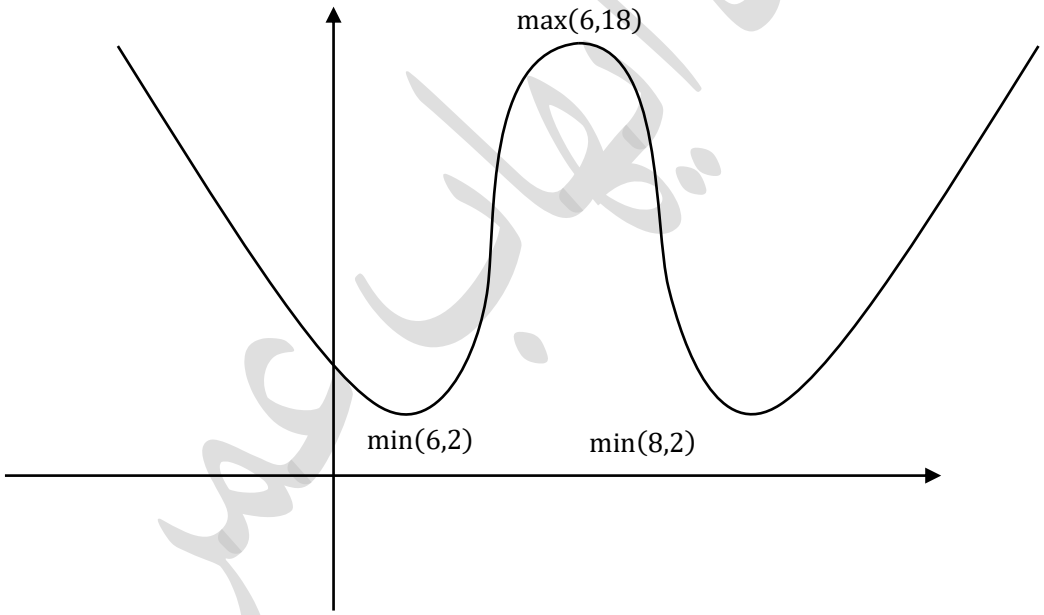
$$k=2$$

إمكانيّة 2: $\min\left(-2,-\frac{a^2}{4}\right)$

$$-2+k=4$$

$$k=6$$

د. نرسم رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا للدالّة $g(x)$



ه. نحسب النّسبة بين مساحة المثلّث النّاتج عن الدّالّة $f(x)$ ومساحة المثلّث النّاتج عن الدّالّة $g(x)$

بما أنّ:

$$g(x)=f(x-k)+b$$

نلاحظ أنّ التّغيير الذي حصل هو فقط في مكان الدّالّة، إزاحة الدّالّة لا تغيّر أطوال اضلاع المثلّث لذلك المساحتان متساويتان والنّسبة بينهما هي 1

$$\Rightarrow 1$$

مع كورساتنا الاونلاين، تميّز أكثر
جرب مجانًا الآن