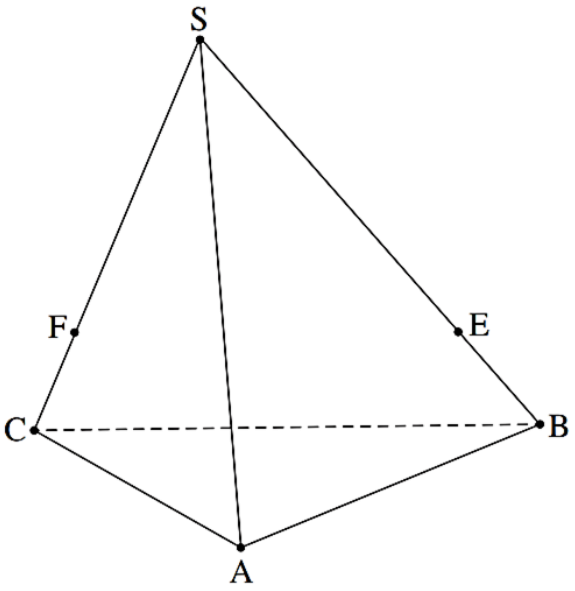
2. في الرسم الذي أمامكم الهرم الثلاثيّ SABC .



نرمز: $\underline{u} = \overrightarrow{AB}$ ، $\underline{v} = \overrightarrow{AC}$ ، $\underline{w} = \overrightarrow{AS}$.

النقطة E تقع على الضلع SB ، والنقطة F تقع على الضلع SC .

معطى أنّ: $\overrightarrow{SE} = \frac{3}{4}\overrightarrow{SB}$ ، $\overrightarrow{SF} = \frac{3}{4}\overrightarrow{SC}$.

أ. عبِّروا بدلالة $\underline{u}$ وَ $\underline{v}$ وَ $\underline{w}$ ، عن المتّجهات $\overrightarrow{BC}$ وَ $\overrightarrow{SF}$ وَ $\overrightarrow{SE}$.

ب. **(1)** عبِّروا بدلالة $\underline{u}$ وَ $\underline{v}$ عن المتّجه $\overrightarrow{EF}$.

(2) فسِّروا لماذا EF يوازي BC .

معطى أنّ: $B(1,-1,3)$ ، $C(13,15,3)$.

جـ. جدوا التمثيل الجبريّ للمتّجه $\overrightarrow{BC}$ وللمتّجه $\overrightarrow{EF}$.

معطى أنّ: $E(5,1,6)$.

د. جدوا إحداثيّات النقطة F .

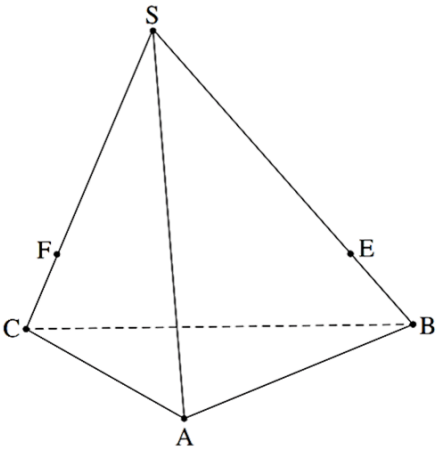
معطى أنّ: $A(4,12,3)$.

هـ. **(1)** جدوا مقدار الزاوية EAF .

(2) احسبوا مساحة المثلّث EAF .

معهد إيهاب عمر

أ. نعبّر بدلالة $\underline{u}$ و $\underline{v}$ و $\underline{w}$ عن المتّجهات $\overrightarrow{BC}$ و $\overrightarrow{SF}$ و $\overrightarrow{SE}$



$$\overrightarrow{AS} = \underline{w} \quad و \quad \overrightarrow{AC} = \underline{v} \quad و \quad \overrightarrow{AB} = \underline{u}$$

$$\overrightarrow{SF} = \frac{3}{4}\overrightarrow{SC} \quad و \quad \overrightarrow{SE} = \frac{3}{4}\overrightarrow{SB}$$

$$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}$$

$$\overrightarrow{BC} = -\underline{u} + \underline{v}$$

$$\overrightarrow{SF} = \frac{3}{4}\overrightarrow{SC}$$

$$\overrightarrow{SF} = \frac{3}{4}(\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{AC})$$

$$\overrightarrow{SF} = \frac{3}{4}(\underline{v} - \underline{w})$$

$$\overrightarrow{SF} = \frac{3}{4}\underline{v} - \frac{3}{4}\underline{w}$$

$$\overrightarrow{SE} = \frac{3}{4}\overrightarrow{SB}$$

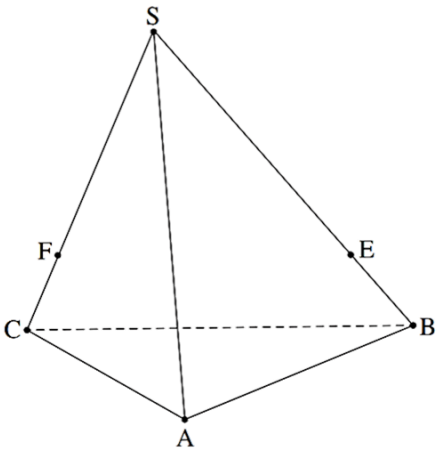
$$\overrightarrow{SE} = \frac{3}{4}(\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{AB})$$

$$\overrightarrow{SE} = \frac{3}{4}(\underline{u} - \underline{w})$$

$$\overrightarrow{SE} = \frac{3}{4}\underline{u} - \frac{3}{4}\underline{w}$$

معهد إيهاب عمر

ب. (1) نعبر بدلالة $\underline{u}$ و $\underline{v}$ عن المتّجه $\overrightarrow{EF}$



$$\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{ES} + \overrightarrow{SF}$$

$$\overrightarrow{EF} = -\frac{3}{4}\underline{u} + \frac{3}{4}\underline{w} + \frac{3}{4}\underline{v} - \frac{3}{4}\underline{w}$$

$$\overrightarrow{EF} = -\frac{3}{4}\underline{u} + \frac{3}{4}\underline{v}$$

(2) نفسر لماذا EF يوازي BC

$$\overrightarrow{BC} = -\underline{u} + \underline{v} \quad \text{و} \quad \overrightarrow{EF} = -\frac{3}{4}\underline{u} + \frac{3}{4}\underline{v}$$

$$\overrightarrow{EF} = \frac{3}{4}\overrightarrow{BC}$$

متجهان متعلقان ولهما نفس الاتجاه إذًا متوازيان

ج. نجد التمثيل الجبري للمتّجه $\overrightarrow{BC}$ وللمتجه $\overrightarrow{EF}$

$B(1,-1,3)$ و $C(13,15,3)$

$$\overrightarrow{BC} = (13,15,3) - (1,-1,3)$$

$$\overrightarrow{BC} = (12,16,0)$$

$$\overrightarrow{EF} = \frac{3}{4}\overrightarrow{BC}$$

$$\overrightarrow{EF} = \frac{3}{4}(12,16,0)$$

$$\overrightarrow{EF} = (9,12,0)$$

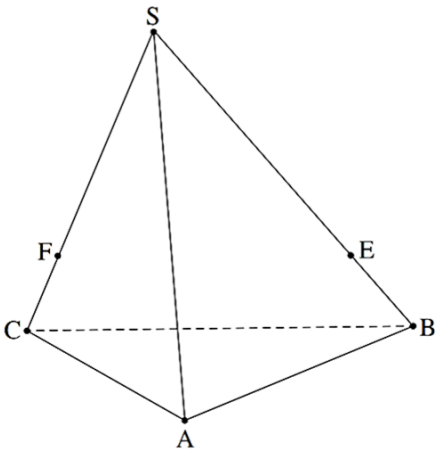
د. نجد احداثيات النقطة F

$\overrightarrow{EF} = (9,12,0)$ و $E(5,1,6)$

$$(9,12,0) = (x_F + y_F + z_F) - (5,1,6)$$

$$x_F - 5 = 9 \qquad y_F - 1 = 12 \qquad z_F - 6 = 0$$
$$x_F = 14 \qquad y_F = 13 \qquad z_F = 6$$

$$F(14,13,6)$$



ه. (1) نجد مقدار الزاوية EAF

$A(4,12,3)$

$$\overrightarrow{AF} \cdot \overrightarrow{AE} = |\overrightarrow{AF}| \cdot |\overrightarrow{AE}| \cdot \cos \sphericalangle EAF$$

نجد $\overrightarrow{AF} \cdot \overrightarrow{AE}$:

$$\overrightarrow{AF} = (14,13,6) - (4,12,3) = (10,1,3)$$
$$\overrightarrow{AE} = (5,1,6) - (4,12,3) = (1,-11,3)$$

$$\overrightarrow{AF} \cdot \overrightarrow{AE} = (10,1,3) \cdot (1,-11,3)$$
$$\overrightarrow{AF} \cdot \overrightarrow{AE} = 10 \cdot 1 - 11 \cdot 1 + 3 \cdot 3 = 8$$

نجد $|\overrightarrow{AE}|$ و $|\overrightarrow{AF}|$:

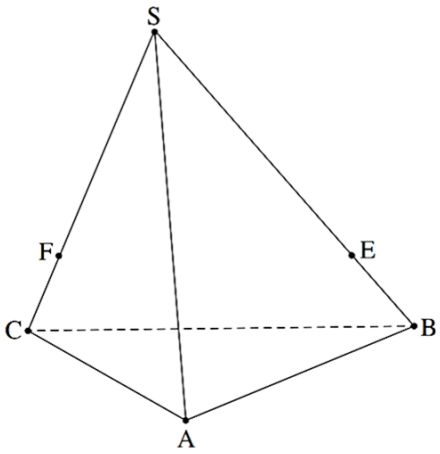
$$|\overrightarrow{AF}| = \sqrt{10^2 + 1^2 + 3^2} = \sqrt{110}$$
$$|\overrightarrow{AE}| = \sqrt{1^2 + (-11)^2 + 3^2} = \sqrt{131}$$

$$8 = \sqrt{110} \cdot \sqrt{131} \cdot \cos \sphericalangle EAF$$

$$\cos \sphericalangle EAF = 0.066$$

$$\sphericalangle EAF = 86.17°$$

نحسب مساحة المثلث EAF (2)



$$S_{EAF} = \frac{\left|\overrightarrow{AF}\right| \cdot \left|\overrightarrow{AE}\right| \cdot \sin \sphericalangle EAF}{2}$$

$$S_{EAF} = \frac{\sqrt{110} \cdot \sqrt{131} \cdot \sin 86.17}{2}$$

$$S_{EAF} = 59.887$$

معهد إيهاب عمر