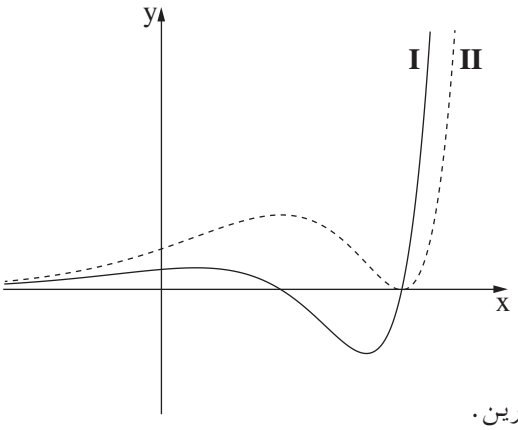
دوال أسية – شتاء 2024

4. الرسم الذي أمامكم يصف الرسمين البيانيَّين I وَ II .



أحد الرسمين البيانيَّين هو الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ ،

والآخر هو الرسم البيانيّ لدالّة المشتقّة $f'(x)$.

أ. أيّ من الرسمين البيانيَّين I–II يصف دالّة المشتقّة $f'(x)$ ؟

علِّلوا إجابتكم.

معطى أنّ $f(x)=(x-4)^2\cdot e^{x-3}$.

ب. **(1)** جدوا مجال تعريف الدالّة $f(x)$.

(2) جدوا إحداثيّات نقاط تقاطع الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ مع المحورين.

(3) جدوا إحداثيّات النقاط القصوى للدالّة $f(x)$ ، وحدِّدوا نوع هذه النقاط حسب الرسم البيانيّ.

جـ. احسبوا المساحة المحصورة بين الرسم البيانيّ لدالّة المشتقّة $f'(x)$ والمحور x .

معطاة الدالّة $g(x)=-f'(x)$.

د. احسبوا المساحة المحصورة بين الرسم البيانيّ للدالّة $g(x)$ والرسم البيانيّ لدالّة المشتقّة $f'(x)$. علِّلوا إجابتكم.

الحل في الصفحات التالية

☺

معهد إيهاب عمر

أ) أي من الرسمين البيانيين يصف دالة المشتقة $f'(x)$

الرسم البياني I يصف دالة المشتقة $f'(x)$ و II يصف الدالة . $f(x)$

وذلك حسب العلاقة بين الدالة والمشتقة حيث نرى ان النقاط القصوى في الرسم II أصبحت نقاط صفرية في الرسم I كما ونرى في الرسم II ان الدالة تصاعدية من البداية حتى احداثي x للنقطة القصوى الأولى ونلاحظ ان الرسم I في هذا المجال موجبة وهذا ينطبق على جميع مجالات الدالة.

ب)(1) جدوا مجال تعريف الدالة $f(x)$

الدالة معرفة لكل x

$\Downarrow$

R

(2) جدوا احداثيات نقاط تقاطع الدالة $f(x)$ مع المحورين

تقاطع الدالة مع محور x:

$$0 = (x-4)^2 \cdot e^{x-3}$$

$$(x-4)^2 = 0 \qquad \cancel{e^{x-3} = 0}$$

$$x - 4 = 0$$

$$x = 4$$

$$(4,0)$$

تقاطع الدالة مع محور y:

$$y = (0-4)^2 \cdot e^{-3}$$

$$y = \frac{16}{e^3}$$

$$\left(0, \frac{16}{e^3}\right)$$

(3) جدوا احداثيات النقاط القصوى للدالة $f(x)$ وحددوا نوعها

$$f'(x) = 2(x-4) \cdot e^{x-3} + (x-4)^2 \cdot e^{x-3}$$

$$e^{x-3}(x-4)(2+x-4) = 0$$

$$e^{x-3}(x-4)(x-2) = 0$$

$$\cancel{e^{x-3} = 0} \quad x = 4 \quad x = 2$$

$$f(4) = 0$$

$$f(2) = \frac{4}{e}$$

$\min(4,0)$

$\max(2, \frac{4}{e})$

بناءا على الرسم

ج. احسبوا المساحة المحصورة بين الرسم البياني لدالة المشتقة $f'(x)$ والمحور x

النقاط القصوى في الدالة هي نقاط صفرية في المشتقة

$$-\int_2^4 f'(x)dx = -f(x)|_2^4 = -f(4) + f(2)$$

$$-0 + \frac{4}{e} = \frac{4}{e}$$

نضرب التكامل بسالب لأنه يحد المساحة من الأعلى محور x

د. احسبوا المساحة المحصورة بين الرسم البياني للدالة $g(x)$ وبين دالة المشتقة $f'(x)$

$$g(x) = -f'(x)$$

في المجال $2 < x < 4$ رسم الدالة $g(x)$ يكون فوق محور x ورسم دالة المشتقة $f'(x)$ تحت محور x , وستكون الدوال متماثلة نسبة لمحور x

$$2 \cdot \frac{4}{e}$$

$$= \frac{8}{e}$$