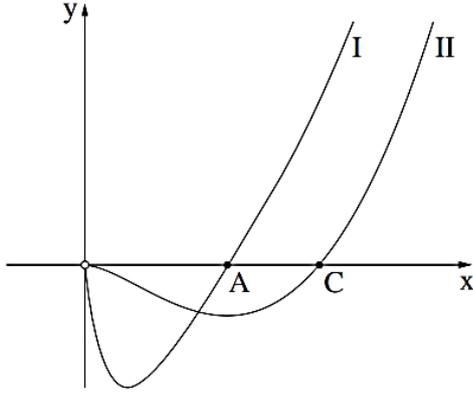


دوال لوغار يثمية - 472 - صيف 2024 موعد ب

5

الرسم الذي أمامكم يصف رسمين بيانيين، I و II .
أحد الرسمين البيانيين يصف الدالة $f(x)$ ، والآخر يصف
دالة المشتقة $f'(x)$.



أ. حدّدوا أيّاً من الرسمين البيانيين I، II يصف الرسم البياني
لدالة المشتقة $f'(x)$. علّلوا تحديدكم .

معطى أنّ: $f(x) = x^2 \cdot (2\ln(x) - 1)$.

ب. (1) جدوا مجال تعريف الدالة $f(x)$.

(2) جدوا إحداثيات النقطة القصوى للدالة $f(x)$ ،

وحدّدوا نوع هذه النقطة حسب الرسم البياني .

النقطة A هي نقطة تقاطع الرسم البياني I مع المحور x ،

والنقطة C هي نقطة تقاطع الرسم البياني II مع المحور x .

ج. جدوا طول القطعة AC .

مرّروا عبر النقطة C مستقيماً موازياً للمحور y .

د. جدوا المساحة المحصورة بين الرسم البياني I والمستقيم الموازي للمحور y والمحور x (المساحة التي

في الربع الأوّل) .

أ. { الرسم الذي يصف المشتقة }

الرسم الذي يصف المشتقة $f'(x)$ هو I

وذلك لان A نقطة صفرية في الرسم I وإحداثي x للنقطة A هو نقطة قصوى في الرسم II .

ب. (1) { مجال تعريف الدالة }

$$x > 0$$

(2) { احداثي النقطة القصوى ونوعها }

$$f(x) = x^2 \cdot (2 \ln(x) - 1)$$

$$f'(x) = 2x \cdot (2 \ln(x) - 1) + x^2 \cdot \left(\frac{2}{x}\right)$$

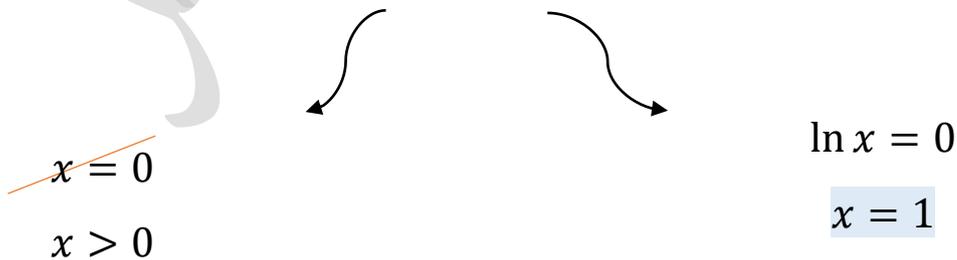
$$f'(x) = 2x \cdot (2 \ln(x) - 1) + 2x$$

$$f'(x) = 0$$

$$2x \cdot (2 \ln(x) - 1) + 2x = 0$$

$$2x(2 \ln(x) - 1 + 1) = 0$$

$$2x(2 \ln(x)) = 0$$



$$f(1) = 1^2 \cdot (2 \ln(1) - 1) = -1$$

$$\min(1, -1)$$

ج. { طول AC }

إحداثي الـ x للنقطة القصوى في $II \Leftarrow f(x)$ هو نفسه إحداثي الـ x للنقطة A :

$$x_A = 1$$

$$A(1,0)$$

إحداثي x للنقطة C هو تقاطع الدالة مع المحور x

$$f(x) = 0$$

$$x^2 \cdot (2 \ln(x) - 1) = 0$$

~~$x = 0$~~

$x > 0$

$2 \ln(x) - 1 = 0$

$$\ln(x) = \frac{1}{2}$$

$$x = \sqrt{e}$$

$$C(\sqrt{e}, 0)$$

$$AC = \sqrt{e} - 1$$

{ المساحة المطلوبة }

ج.

$$S = \int_{x_A}^{x_C} f'(x) dx$$

$$= \int_1^{\sqrt{e}} f'(x) dx = f(x) \Big|_1^{\sqrt{e}}$$

$$f(\sqrt{e}) - f(1) = 0 - (-1) = 1$$

$$S = 1$$