

حساب مثلثات – 2023 صيف

- حلّ النسخة ب -

5.

الرسم الذي أمامكم يصف مثلثين:

المثلث ADC الذي جميع زواياه حادة، والمثلث المتساوي الساقين ABC الذي فيه $BC = BA$.

معطى أن: مساحة المثلث ABC هي 115 ،

$$\angle ABC = 50^\circ$$

أ. جدوا طول الضلع AB .

ب. جدوا طول الضلع AC .

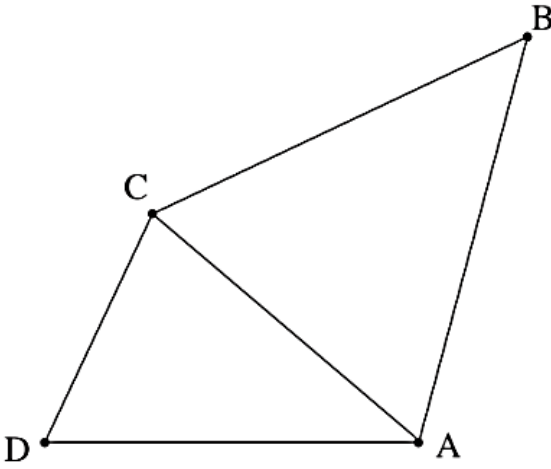
معطى أن: نصف قطر الدائرة التي تحصر المثلث ADC هو 8 .

ج. جدوا مقدار الزاوية ADC .

معطى أن: $AD = 15$.

د. جدوا مقدار الزاوية CAD .

هـ. جدوا طول BD .



نجد طول AB

(أ)

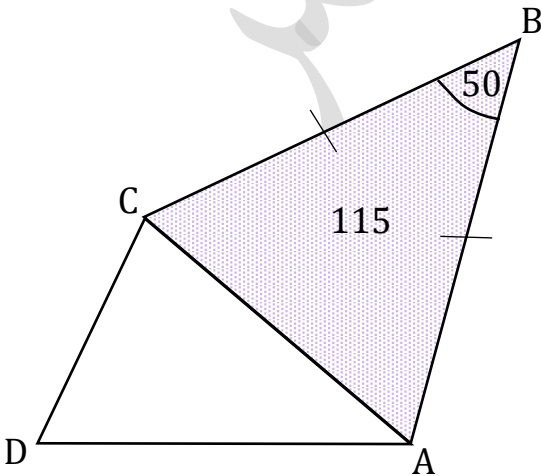
ΔABC ، وحسب قانون المساحة:

$$S_{\Delta ABC} = \frac{BA \cdot BC \cdot \sin \angle ABC}{2}$$

$$115 = \frac{BA^2 \cdot \sin 50}{2} \cdot \frac{2}{\sin 50}$$

$$BA^2 = 300.24$$

$$BA = 17.32 \text{ وحدة طول}$$



نجد طول AC

(ب)

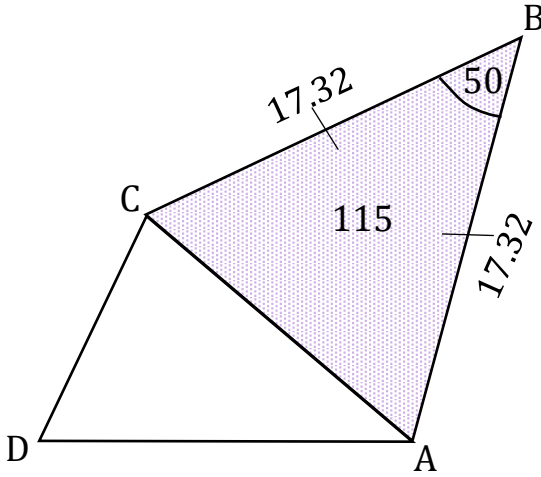
ΔABC ، وحسب قانون $\cos$ الالعام:

$$AC^2 = BA^2 + BC^2 - 2 \cdot BA \cdot BC \cdot \cos \angle ABC$$

$$AC^2 = 2 \cdot 17.32^2 - 2 \cdot 17.32^2 \cdot \cos 50$$

$$AC^2 = 214.31$$

$$AC = 14.64 \text{ وحدة طول}$$



نجد زاوية $\angle ADC$

(ج)

ΔADC ، وحسب قانون $\sin$ الالعام:

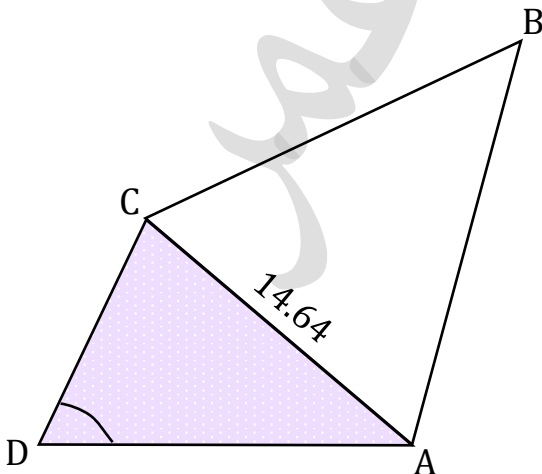
$$2R = \frac{AC}{\sin \angle BAC}$$

$$16 = \frac{14.64}{\sin \angle ADC} \cdot \frac{\sin \angle ADC}{16}$$

$$\sin \angle ADC = 0.915$$

$$\sin^{-1} 0.915$$

$$\angle ADC = 66.205^\circ$$

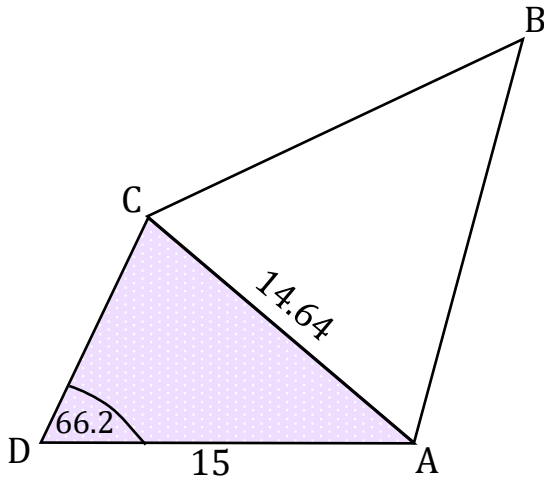


نجد زاوية $\angle CAD$

(د)

بدايةً، نجد الزاوية: $\angle ACD$

ΔADC ، وحسب قانون $\sin$ العام:



$$\frac{AC}{\sin \angle ADC} = \frac{AD}{\sin \angle ACD}$$

$$\frac{14.64}{\sin 66.205} = \frac{15}{\sin \angle ACD}$$

$$\sin \angle ACD = \frac{\sin 66.205 \cdot 15}{14.64}$$

$$\sin \angle ACD = 0.9374$$

$$\angle ACD = 69.635^\circ$$

$$\angle CAD = 180 - \angle ACD - \angle ADC \quad \text{مجموع زوايا المثلث 180}$$

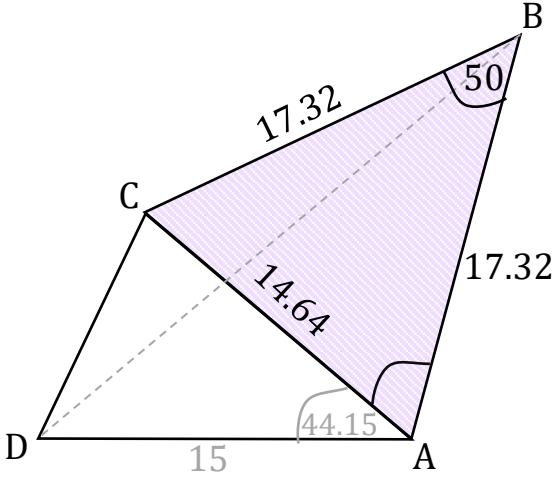
$$180 - 69.635 - 66.205 = 44.15^\circ$$

نجد طول BD

(هـ)

بدايةً، نجد الزاوية: $\angle BAC$

ΔABC ، وحسب قانون $\sin$ العام:



$$\frac{AC}{\sin \angle ABC} = \frac{BC}{\sin \angle BAC}$$

$$\frac{14.64}{\sin 50} = \frac{17.32}{\sin \angle BAC}$$

$$\sin \angle BAC = \frac{\sin 50 \cdot \sin \angle BAC}{14.64}$$

$$\sin \angle BAC = 0.906$$

$$\angle BAC = 65$$

$$\angle BAD = \angle BAC + \angle CAD = 65 + 44.15 = 109.145$$

ΔBAD ، وحسب قانون $\cos$ العام:

$$BD^2 = AB^2 + AD^2 - 2 \cdot AB \cdot AD \cdot \cos \angle BAD$$

$$BD^2 = 17.32^2 + 15^2 - 2 \cdot 17.32 \cdot 15 \cdot \cos 109.145$$

$$BD^2 = 695.397$$

$$BD = 26.37^\circ$$

