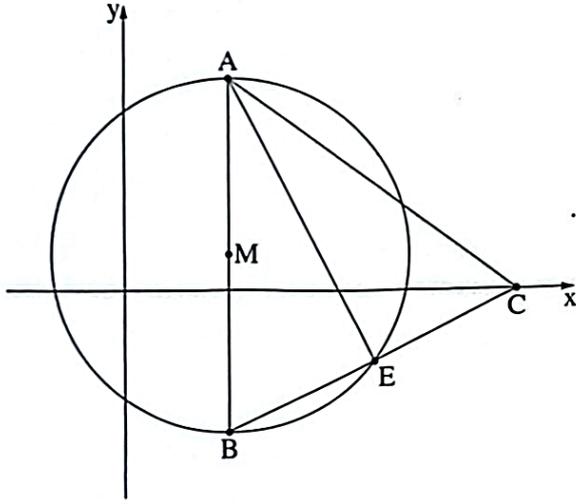


هندسة تحليلية - شتاء 2025



2. المثلث ABE محصور في دائرة مركزها M .

AB هو قطر في الدائرة (انظروا الرسم).

معطى أن: $B(3, -4)$, $M(3, 1)$.

أ. جدوا إحداثيات الرأس A .

امتداد الضلع BE يقطع الجزء الموجب للمحور x في النقطة C .

معطى أن: $AB = AC$.

ب. جدوا إحداثيات النقطة C .

ج. جدوا معادلة المستقيم AE .

مرروا عبر النقطة M مستقيماً يوازي المحور x

ويقطع الضلع AE في النقطة D .

د. احسبوا مساحة الشكل الرباعي MDEB .

{ نجد إحداثيات الرأس A }

معطى: AB قطر بالدائرة

$$A(3, -4), M(3, 1)$$

$$x_M = x_B = 3$$

AB معامد للمحور x

$$\Rightarrow x_A = x_B = x_M = 3$$

$$BM = y_M - y_B = 1 - (-4) = 5 \text{ (نصف القطر)}$$

$$AM = BM = 5 \text{ (أنصاف أقطار)}$$

$$\Rightarrow y_A - y_M = 5$$

$$y_A = 5 + y_M = 5 + 1 = 6$$

$$\Rightarrow A(3, 6)$$

(ب) نجد إحداثيات النقطة C

$$AB = AC \text{ (معطى)}$$

$$AB = 2 \cdot 5 = 10$$

$$\Rightarrow AC = 10$$

نطبق قانون البعد بين نقطتين:

$$AC = \sqrt{(3 - x_C)^2 + (6 - 0)^2} = 10$$

$$(3 - x_C)^2 + (6 - 0)^2 = 100$$

$$9 - 6x_C + x_C^2 + 36 = 100$$

$$x_C^2 - 6x_C - 55 = 0$$

$$(x_C - 11)(x_C + 5) = 0$$

$$x_C = 11, x_C = -5$$

C تقع بالربع الأول $\Leftarrow x_C = 11$

$$C(11,0)$$

(ج) نجد معادلة المستقيم AE

$\sphericalangle BEA = 90$ (زاوية محيطية مقابل القطر هي زاوية قائمة)

ΔABC مثلث متساوي الساقين

↓

E وسط BC (في مثلث متساوي الساقين الارتفاع على القاعدة هو متوسط)

$$E \left(\frac{x_B + x_C}{2}, \frac{y_B + y_C}{2} \right) \Rightarrow E \left(\frac{11 + 3}{2}, \frac{0 - 4}{2} \right)$$

$$\Rightarrow E(7, -2)$$

نجد ميل AE :

$$m_{AE} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{6 - (-2)}{3 - 7} = -2$$

نعوض الميل ونقطة في معادلة الخط المستقيم:

$$6 = 3 \cdot (-2) + b$$

$$b = 12$$

⇓

$$AE: y = -2x + 12$$

د. { نحسب مساحة الشكل الرباعي MDEB }

$$S_{MDEB} = S_{\Delta MDB} + S_{\Delta EDB}$$

$$BE = \sqrt{(3 - 7)^2 + (-4 - (-2))^2} = \sqrt{20}$$

نجد إحداثيات النقطة D :

$$y_D = y_M = 1$$

نعوض $y_D = 1$ في معادلة AE التي وجدناها:

$$1 = -2x + 12$$

$$x = 5.5$$

$$D(5.5, 1)$$

$$d_{DE} = \sqrt{(7 - 5.5)^2 + (-2 - 1)^2} = \sqrt{\frac{45}{4}}$$

$$S_{\Delta EDB} = \frac{\sqrt{20} \cdot \sqrt{\frac{45}{4}}}{2} = 7.5$$

$$AM = 5 \text{ (نصف القطر)}$$

$$MD = x_D - x_M = 5.5 - 3 = 2.5$$

$$S_{\Delta MDB} = \frac{5 \cdot 2.5}{2} = 6.25$$

$$S_{MDEB} = 6.25 + 7.5 = 13.75$$