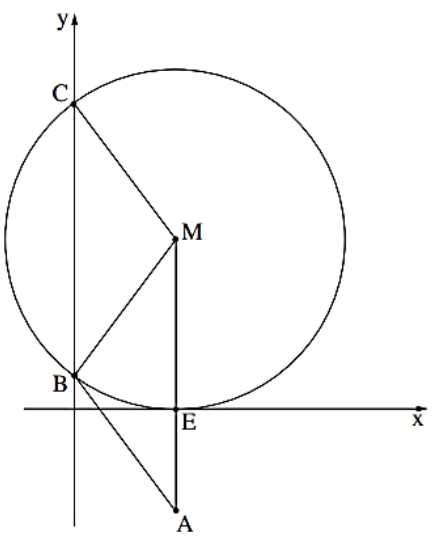
هندسة مدمجة سؤال 5 – شتاء 2023



5. دائرة مركزها M تمس محور x في النقطة E.

الدائرة تقطع محور y في النقطتين C و B، كما هو موضح في الر

النقطة A تقع على امتداد ME، كما هو موضح في الرسم.

أ. (1) اشرحوا لماذا MA موازٍ لمحور y.

(2) برهنوا أن $\sphericalangle CBM = \sphericalangle BMA$.

معطى أنّ: طول القطعة AB مساوٍ لنصف قطر الدائرة.

ب. (1) برهنوا أن $\sphericalangle CMB = \sphericalangle MBA$.

(2) برهنوا أن الشكل الرباعي ABCM هو متوازي أضلاع.

معطى: $M(3,5)$.

ج. (1) جدوا معادلة الدائرة.

(2) جدوا إحداثيات النقطتين C و B.

(3) جدوا إحداثيات النقطة A.

د. احسبوا مساحة متوازي الأضلاع ABCM.

معهد إيهاب عمر

أ. (1) { نشرح لماذا MA موازٍ لمحور y }

معطى أنّ دائرة مركزها M تمس محور x في النقطة E

⇓

$ME \perp$ محور x (القطر يتعامد مع المماس في نقطة التماس)

المحاور تتعامد مع بعضها

⇓

ME موازٍ لمحور y (زوايا متناظرة متساوية بين مستقيمين فإنّ المستقيمين متوازيين)

معطى أنّ النقطة A تقع على امتداد ME

⇓

$MA \parallel y$ محور

(2) { نبرهن أنّ $\sphericalangle BMA = \sphericalangle CBM$ }

النقطتين C و B يقعن على محور y (معطى)

MA موازٍ لمحور y (من البند السابق)

⇓

$BC \parallel AM$

⇓

$\sphericalangle BMA = \sphericalangle CBM$ (في التبادل)

ب. (1) $\{$ نبرهن أن $\sphericalangle MBA = \sphericalangle CMB$ $\}$

$\sphericalangle BMA = \sphericalangle CBM = \alpha$ (من البند السابق + نرمز)

$MC = MB$ (انصاف اقطار)

$\Downarrow$

ΔCMB مثلث متساوي الساقين

$\Downarrow$

$\sphericalangle BCM = \sphericalangle MBC = \alpha$ (زوايا القاعدة في مثلث متساوي الساقين متساوية)

$\sphericalangle CMB = 180 - 2\alpha$ (مجموع زوايا المثلث 180)

AB يساوي نصف قطر الدائرة (معطى)

$\Downarrow$

$AB = MB$

$\Downarrow$

ΔABM مثلث متساوي الساقين

$\Downarrow$

$\sphericalangle BAM = \sphericalangle AMB = \alpha$ (زوايا القاعدة في مثلث متساوي الساقين متساوية)

$\sphericalangle MBA = 180 - 2\alpha$ (مجموع زوايا المثلث 180)

$\Downarrow$

$\sphericalangle MBA = \sphericalangle CMB$ (بالتعدّي)

(2) نبرهن أنّ الشكل الرباعي ABCM هو متوازي أضلاع

$\measuredangle MBA = \measuredangle CMB$ (من البند السابق)

$CM = BM = AB$ (من البند السابق)

$\Downarrow$

$\Delta CMB \cong \Delta ABM$ حسب نظرية (ض، ز، ض)

من نتائج التطابق:

$MA = CB$

$CM = AB$

$\Downarrow$

الشكل الرباعي ABCM هو متوازي أضلاع (شكل رباعي كل ضلعين متقابلين متساويين هو متوازي اضلاع)

ج. (1) معادلة الدائرة

محور $x \perp ME$ (من بنود سابقة)

$\Rightarrow ME = y_M - y_E = 5 - 0 = 5$

$M(3,5)$ (معطى)

$\Downarrow$

$$(x-3)^2 + (y-5)^2 = 25$$

معهد ايهاب عمر

(2) نجد إحداثيات النقطتين C و B

الدائرة تقطع محور y في النقطتين C و B

$$\Downarrow$$

$$(0-3)^2+(y-5)^2=25$$

$$9+(y-5)^2=25$$

$$(y-5)^2=16$$

$$y-5=\pm 4$$

$$y-5=4 \qquad y-5=-4$$

$$y=9 \qquad y=1$$

$y_C > y_B$ (حسب الرسم المرفق)

$$B(0,1)\ \ C(0,9)$$

(3) نجد إحداثيات النقطة A

$$CB=y_C-y_B=9-1=8$$

$$CB=MA=8$$

$$y_M-y_A=8$$

$$5-y_A=8$$

$$y_A=-3$$

$$x_M=x_A=3$$

$$\Downarrow$$

$$A(3,-3)$$

د. { مساحة متوازي الأضلاع ABCM }

الارتفاع في متوازي الاضلاع ABCM هو بعد النقطة M عن محور y.

$$S_{\text{ABCM}} = h \cdot BC = 3 \cdot 8 = 24$$

$$S_{\text{ABCM}} = 24$$

معهد ايهاب عمر