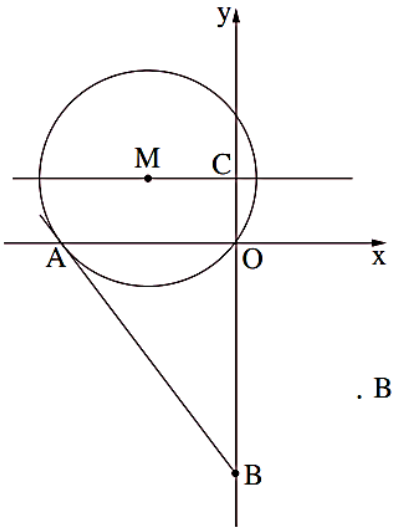
هندسة تحليلية – صيف ب 2020



(2) الرسم الذي أمامك يصف دائرة مركزها، M ، يقع في الربع الثاني.
الدائرة تمرّ في نقطة أصل المحاور، O ، ونصف قطرها 5 .
معطى أنّ: مركز الدائرة، M ، يقع على المستقيم $y=3$.

أ. جد معادلة الدائرة.

الدائرة تقطع المحور x في نقطة إضافيّة، A .

ب. جد إحداثيّات النقطة A .

مرّروا عبر النقطة A مماسًّا للدائرة. هذا المماسّ يقطع المحور y في النقطة B .

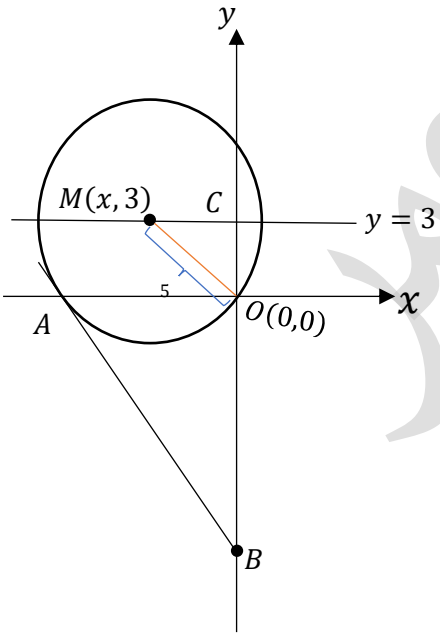
جـ. جد إحداثيّات النقطة B .

المستقيم $y=3$ يقطع المحور y في النقطة C .
مرّروا من النقطة M مستقيمًا يوازي المحور y ويقطع المستقيم AB في النقطة D .

د. احسب مساحة شبه المنحرف MCBD .

(أ) نجد معادلة الدائرة الموصوفة

المعطيات موجودة على الرسم



R = 5

$$R = MO = \sqrt{(x_M - x_O)^2 + (y_M - y_O)^2}$$
$$\Downarrow$$
$$5 = \sqrt{(x_M - 0)^2 + (3 - 0)^2}$$
$$\Downarrow$$
$$5 = \sqrt{{x_M}^2 + 9}$$
$$\Downarrow \quad ( )^2$$
$$25 = {x_M}^2 + 9$$
$$\Downarrow$$
$$16 = {x_M}^2$$
$$\Downarrow \quad \sqrt{\ }$$
$$x_M = \pm 4$$

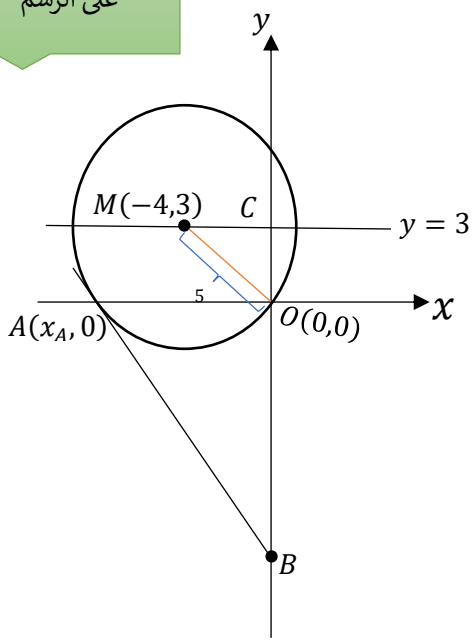
$x_M < 0$

معادلة الدائرة هي $\longleftarrow (x+4)^2 + (y-3)^2 = 25$

(ب)

نجد احداثيات النقطة A

المعطيات موجودة على الرسم



$$(x+4)^2+(0-3)^2=25$$
$$\Downarrow$$
$$x^2+8x+16+9=25$$
$$\Downarrow$$
$$x^2+8x+25=25$$
$$\Downarrow$$
$$x^2+8x=0$$
$$\Downarrow$$
$$x\ \ (x+8)=0$$

$x=0$ $\qquad$ $x+8=0$

$\Downarrow$

$x=-8$

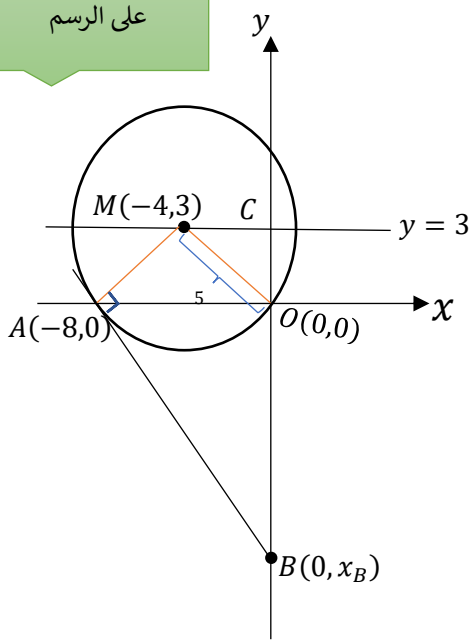
$x_A<0$

$$A(-8,0)$$

(ج)

نجد احداثيات النقطة B

المعطيات موجودة على الرسم



$$m_{AM} = \frac{y_M - y_A}{x_M - x_A}$$

$$\Downarrow$$

$$m_{AM} = \frac{3-0}{-4-(-8)}$$

$$\Downarrow$$

$$m_{AM} = \frac{3}{4}$$

المماس في الدائرة يعامد نصف القطر

$$m_{AB} = \frac{-1}{m_{AM}}$$

$$\Downarrow$$

$$m_{AB} = \frac{-1}{\frac{3}{4}}$$

$$\Downarrow$$

$$m_{AB} = -\frac{4}{3}$$

$$y - y_A = m(x - x_A)$$

$$\Downarrow$$

$$y - 0 = -\frac{4}{3}(x - (-8))$$

$$\Downarrow$$

$$y = -\frac{4}{3}x - \frac{32}{3}$$

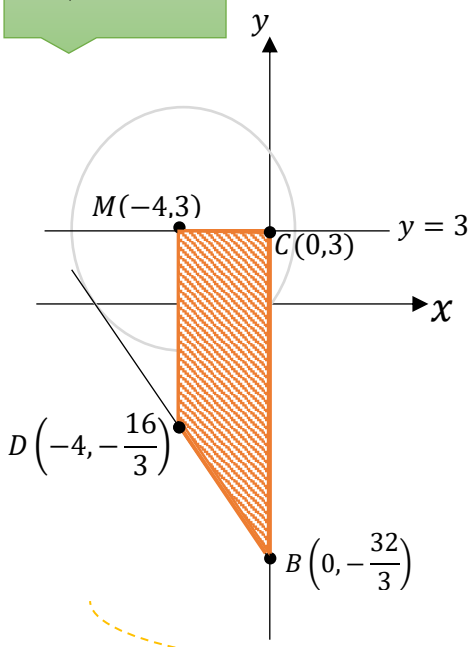
النقطة B هي تقاطع المماس مع محور y اي y فمن المعادلة نستنتج انه

$$B = -\frac{32}{3}$$

$$B\left(0, -\frac{32}{3}\right)$$

(د) نجد مساحة شبه المنحرف $MCBD$

المعطيات موجودة على الرسم



نجد النقطة D اولا:

$$y = -\frac{4}{3}x - \frac{32}{3}$$

$$\Downarrow$$

$$y = -\frac{4}{3}(-4) - \frac{32}{3} = -\frac{16}{3}$$

$$D\left(-4, -\frac{16}{3}\right)$$

الضلعان MD و BC يعامدان المحور y

و ايضا MC يعامد المحور x

$$S_{MCBD} = \frac{(MD + BC) \cdot MC}{2}$$

$$\Downarrow$$

$$S_{MCBD} = \frac{((y_M - y_D) + (y_C - y_B)) \cdot (x_C - x_M)}{2}$$

$$\Downarrow$$

$$S_{MCBD} = \frac{\left(\left(3 - \left(-\frac{16}{3}\right)\right) + \left(3 - \left(-\frac{32}{3}\right)\right)\right) \cdot (0 - (-4))}{2}$$

$$\Downarrow$$

$$S_{MCBD} = \frac{88}{2}$$

$$\Downarrow$$

$$S_{MCBD} = 44$$