

متواليات - شتاء 2025

2. معطاة متوالية هندسية A ، حدودها هي a_1, a_2, a_3, \dots ، وفيها m حدود (m هو عدد طبيعي أكبر من 4). معطى أن: جميع حدود المتوالية A هي سالبة.
- مجموع $m-4$ الحدود الأخيرة في المتوالية هو 16 ضعف مجموع $m-4$ الحدود الأولى في المتوالية.
- أ. (1) جدوا أساس المتوالية A .
- (2) هل المتوالية A تصاعديّة أم تنازليّة أم أنّها ليست تصاعديّة وليست تنازليّة؟ علّلوا إجابتكم.
- أكمّلوا المتوالية A بحيث تكوّن متوالية هندسية لانهاية.
- معطاة متوالية لانهاية B ، حدودها تُحقّق $b_n = \frac{k^n}{a_n}$ لكلّ n طبيعيّ. k هو پارامتر لا يساوي 0.
- ب. برهنوا أنّ المتوالية B هي متوالية هندسية، وعبروا عن أساسها بدلالة k .
- معطى أنّ مجموع المتوالية B متقارب (متحدّد).
- ج. جدوا المجال الممكن لقيم k .
- معطى أن: أساس المتوالية B هو $\frac{1}{4}$.
- مجموع المتوالية B هو -3.
- د. جدوا قيمة k وقيمة b_1 .
- في المتوالية B ، مَحَوُّ كلِّ حدِّ ثالث (b_3, b_6, b_9, \dots).
- هـ. جدوا مجموع الحدود التي تبقت.

$$\{ \text{ نجد أساس المتوالية } A \} \quad (1) \quad \text{أ.}$$

معطى:

$$S_{(m-4) \text{ اول}} = 16 S_{(m-4) \text{ اخر}} \\ \text{حدود} \quad \text{حدود}$$

$$\frac{a_5(q^{m-4} - 1)}{q - 1} = 16 \cdot \frac{a_1(q^{m-4} - 1)}{q - 1}$$

$$a_5 = 16a_1$$

$$a_1 q^4 = 16a_1$$

$$q = \pm 2$$

إذا كان الأساس سالب فستنتج متوالية حدودها سالبة وموجبة

$$\text{معطى: جميع الحدود سالبة} \Leftrightarrow q = 2$$

(2) { نحدد هل المتوالية تنازلية أم تصاعدية أم غير ذلك }

جميع الحدود سالبة والأساس موجب وأكبر من 1 أي الحدود ستستمر بالنقصان

المتوالية تنازلية

ب. { نبرهن أن B متوالية هندسية ونجد أساسها }

معطى: $b_n = \frac{k^n}{a_n}$

$$\frac{b_{n+1}}{b_n} = \frac{\frac{k^{n+1}}{a_{n+1}}}{\frac{k^n}{a_n}} = \frac{k^{n+1}}{a_{n+1}} \cdot \frac{a_n}{k^n} = \frac{a_n}{a_{n+1}} \cdot \frac{k^{n+1}}{k^n} = \frac{a_n}{a_{n+1}} \cdot k^{n+1-n} = \frac{a_n}{a_{n+1}} \cdot k$$

A متوالية هندسية $\Leftrightarrow \frac{a_n}{a_{n+1}} = \frac{1}{q}$

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} \cdot k = \frac{1}{q} \cdot k = \frac{1}{2} \cdot k$$

$\frac{k}{2}$ عدد ثابت بما أن k برامتر:

\Leftrightarrow المتوالية هندسية أساسها ثابت ومساوٍ لـ $\frac{k}{2}$

ج. { نجد مجال قيم k الممكن }

معطى: مجموع المتوالية B متقارب

\Downarrow

$$q_B \neq 0, -1 < q_B < 1$$

$$-1 < \frac{k}{2} < 1$$

$$-2 < k < 2, k \neq 0$$

د. نجد قيمة $\{ k, b_1 \}$

مجموع لا نهائي لمتوالية
هندسية:

S نهائي

معطى أن:

أساس المتوالية B يساوي $\frac{1}{4}$
مجموع المتوالية B يساوي -3

$$\frac{k}{2} = \frac{1}{4} \Rightarrow k = \frac{1}{2}$$

B متوالية لا نهائية:

$$S_{\text{لا نهائي}} = \frac{b_1}{1 - \frac{1}{4}} = -3$$

↓

$$b_1 = -\frac{9}{4}$$

ه. نجد مجموع الحدود التي تبقت في المتوالية B

في المتوالية B حذفوا كل حد ثالث

نجد مجموع المتوالية المحذوفة: $\{b_3, b_6, b_9, \dots\}$

أساس المتوالية سيكون $q_B^3 = \frac{1}{64}$

$$S_{\text{المحذوفة}} = \frac{b_3}{1 - q_B^3} = \frac{b_1 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^2}{1 - \frac{1}{64}} = -\frac{1}{7}$$

المجموع المطلوب:

$$S_{\text{المطلوب}} = S_{\text{المحذوفة}} - \text{جميع حدود } S_B$$

$$-3 - \left(-\frac{1}{7}\right) = -\frac{20}{7}$$