

شتاء 2019

سؤال 4:

- معطاة الدالة $f(x) = (x + 2)e^{x+3}$.
- أ. جد مجال تعريف الدالة $f(x)$.
- ب. جد المجال الذي تكون فيه الدالة $f(x)$ موجبة.
- ج. جد إحداثيات النقطة القصوى للدالة $f(x)$ ، وحدد نوع هذه النقطة.
- د. ارسم رسماً بيانياً تقريبياً للدالة $f(x)$.
- معطاة الدالة $g(x) = f(x) + a$. a هو پارامتر. معطى أن الرسم البياني للدالة $g(x)$ يمسّ المستقيم $y = \frac{1}{2}$.
- هـ. جد a . علّل.

(أ) نجد مجال التعريف للدالة: $f(x) = (x + 2)e^{x+3}$

الدالة معرفة لكل x .

(ب) نجد مجال موجبية الدالة:

$$f(x) > 0$$

↓

$$(x + 2)e^{x+3} > 0$$

↓

$$x + 2 > 0$$

↓

$$x > -2$$

المجال الذي تكون فيه الدالة موجبة ← $x > -2$

(ج) نجد النقاط القصوى للدالة ونحدد نوعها:

$$f'(x) = e^{x+3} + (x+2)e^{x+3}$$

↓

$$f'(x) = 0$$

↓

$$0 = e^{x+3} + (x+2)e^{x+3}$$

↓

نخرج عامل مشترك e^{x+3}

$$0 = e^{x+3}(1+x+2)$$

$$e^{x+3} = 0$$

~~X~~

$$0 = 1 + x + 2$$

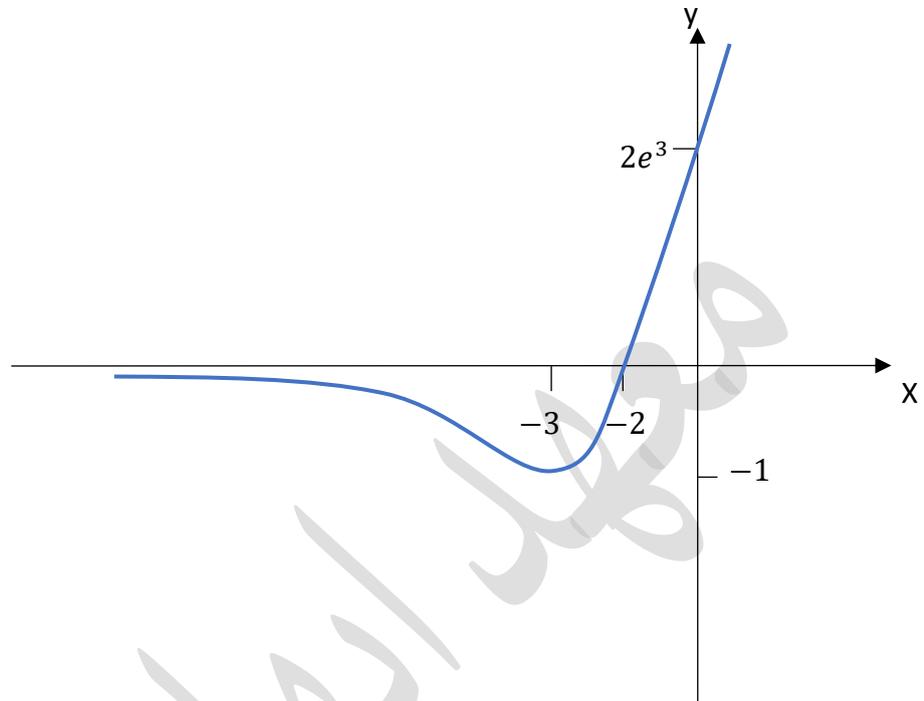
↓

$$x = -3$$

x	-4	-3	4
f'(x)	-	0	+
f''(x)	↘	-1	↗

النقطة القصوى للدالة ← $(-3, -1)_{min}$

(د) الرسم البياني:

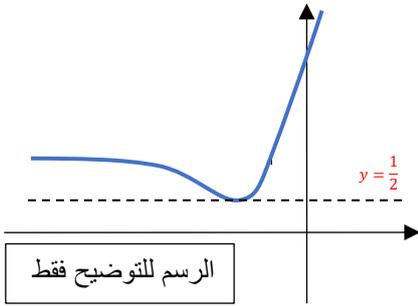


(ه) نجد: a

معطى أنه: $g(x) = f(x) + a$ وأيضا انَّ المستقيم $y = \frac{1}{2}$ يمس الدالة .

← التعبير أعلاه يعني اننا قمنا بإزاحة عامودية (للأسفل في حال $a < 0$ وللأعلى في حال $a > 0$).

← بما ان ميل المماس يساوي صفر ذلك يعني انه يمس الدالة في نقطتها القصوى (لأنَّ ميل النقطة القصوى يساوي صفر).



⇓

$$\frac{1}{2} = g(x_{\text{النقطة القصوى}})$$

⇓

$$(x) = f(x) + a$$

$$\frac{1}{2} = f(-3) + a$$

⇓

$$\frac{1}{2} = -1 + a$$

⇓

$$a = 1.5$$