

حساب مثلثات – 2020 صيف ب

5.

المثلث ABC محصور في دائرة (انظر الرسم).

معطى أن: $AB = 5$ ، $BC = 3$ ، $AC = 7$.

أ. (1) جد مقدار الزاوية ACB .

(2) جد نصف قطر الدائرة التي تحصر المثلث ABC .

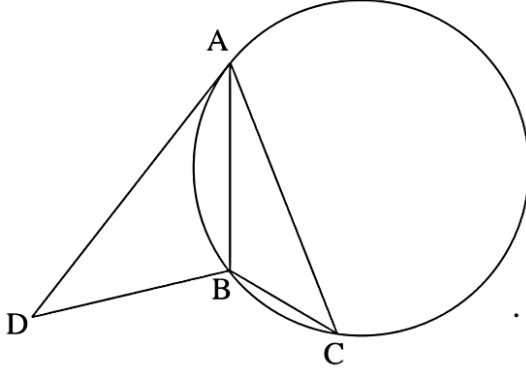
مرروا في النقطة A مماساً للدائرة.

النقطة D تقع على المماس، بحيث مساحة المثلث DBA هي 12 .

ب. جد طول الضلع AD .

ج. جد النسبة بين نصف قطر الدائرة التي تحصر المثلث DBA

وبين نصف قطر الدائرة التي تحصر المثلث ABC .



نجد زاوية ACB

(أ) (1)

ΔABC ، وحسب قانون $\cos$ عام:

$$AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2 \cdot AC \cdot BC \cdot \cos \angle ACB$$

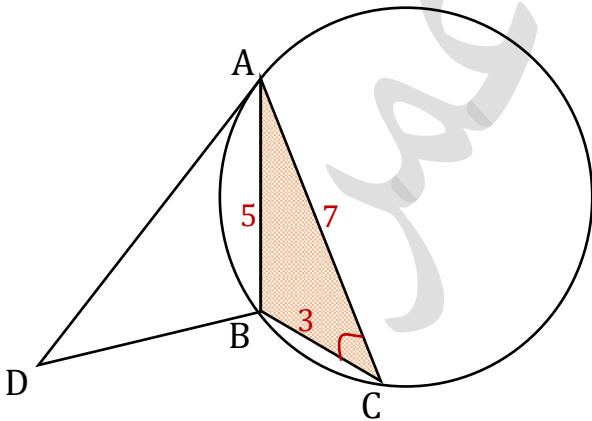
$$5^2 = 7^2 + 3^2 - 2 \cdot 7 \cdot 3 \cdot \cos \angle ACB$$

$$42 \cdot \cos \angle ACB = 33$$

:42

$$\cos \angle ACB = \frac{11}{14}$$

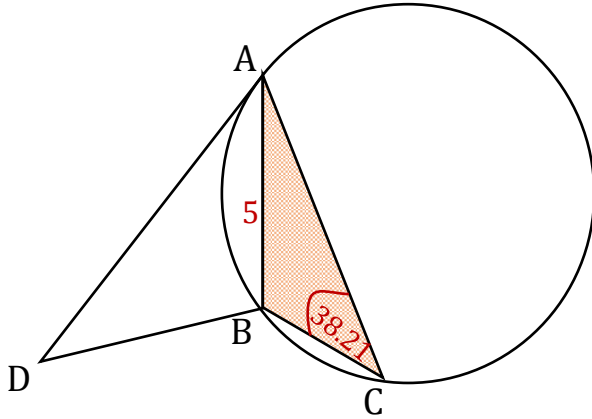
$$\angle ACB = 38.21^\circ$$



نجد نصف القطر

(أ) (2)

ΔABC ، وحسب قانون $\sin$ عام:



$$2R_{ABC} = \frac{AB}{\sin \angle ACB}$$

$$2R_{ABC} = \frac{5}{\sin 38.21}$$

:2

$$R_{ABC} = 4.041 \text{ وحدة طول}$$

نجد طول AD

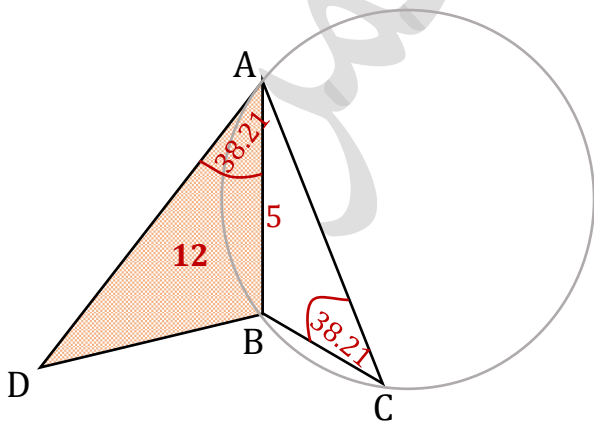
(ب)

ΔDBA :

$$\angle BAD = \angle ACB = 38.21$$

(الزاوية المحصورة بين المماس والوتر تساوي الزاوية المحيطية المقابلة لنفس الوتر)

حسب قانون المساحة:



$$S_{\Delta ABD} = \frac{AD \cdot AB \cdot \sin \angle BAD}{2}$$

$$12 = \frac{AD \cdot 5 \cdot \sin 38.21}{2}$$

$$\cdot \frac{2}{5 \sin 38.21}$$

$$AD = 7.76 \text{ وحدة طول}$$

$$\frac{R_{DBA}}{R_{ABC}}$$

(ج)

: ΔDBA

بدايةً، نجد الضلع BD حسب $\cos$ عام:

$$BD^2 = AB^2 + AD^2 - 2 \cdot AB \cdot AD \cdot \cos \angle BAD$$

$$BD^2 = 5^2 + 7.76^2 - 2 \cdot 5 \cdot 7.76 \cdot \cos 38.21$$

$$BD^2 = 24.24$$

$$BD = 4.92$$

الآن، نجد الضلع R_{DBA} حسب $\sin$ عام:

$$2R_{ABD} = \frac{BD}{\sin \angle BAD}$$

$$2R_{ABD} = \frac{4.92}{\sin 38.21}$$

: 2

$$R_{ABD} = 3.98$$

↓

$$\frac{R_{DBA}}{R_{ABC}} = \frac{3.98}{4.041} = 0.9849$$

