מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: קיץ תשפ"ד, 2024
מספר השאלון: 35581
נספח: דפי נוסחאות ל־5 יח"ל
תרגום לערבית (2)

دولة إسرائيل
وزارة التّربية والتّعليم

نوع الامتحان: بچروت
موعد الامتحان: صيف 2024
رقم النّموذج: 35581
ملحق: لوائح قوانين لِـ 5 وحدات تعليميّة
ترجمة إلى العربيّة (2)

انتبهوا: في هذا الامتحان توجد توجيهات خاصّة.
يجب الإجابة عن الأسئلة حسب التّوجيهات.

מתמטיקה

5 יחידות לימוד — שאלון ראשון

הוראות

א. משך הבחינה: ארבע שעות ורבע.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:
בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.
פרק ראשון: אלגברה והסתברות
פרק שני: גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור
פרק שלישי: חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות
יש לענות על ארבע שאלות, לפחות על שאלה אחת מכל פרק — 4×25 = 100 נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:
1. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
2. דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:
1. אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
2. יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

الرياضيّات

5 وحدات تعليميّة – النّموذج الأوّل

تعليمات

أ. مدّة الامتحان: أربع ساعات وربع.

ب. مبنى النّموذج وتوزيع الدّرجات:
في هذا النّموذج ثلاثة فصول، فيها ثمانية أسئلة.
الفصل الأوّل: الجبر والاحتمال
الفصل الثّاني: الهندسة وحساب المثلّثات في المستوى
الفصل الثّالث: حساب التّفاضل والتكامل للبولينومات ولدوالّ الجذر وللدوالّ النسبيّة وللدوالّ المثلّثيّة
يجب الإجابة عن أربعة أسئلة، على الأقلّ عن سؤال واحد من كلّ فصل – 4× 25 = 100درجة.

ج. موادّ مساعدة يُسمح استعمالها:
1. حاسبة غير بيانيّة. لا يُسمح استعمال إمكانيّات البرمجة في الحاسبة التي توجد فيها إمكانيّة برمجة. استعمال الحاسبة البيانيّة أو إمكانيّات البرمجة في الحاسبة قد يؤدّي إلى إلغاء الامتحان.
2. لوائح قوانين (مرفقة).

د. تعليمات خاصّة:
1. لا تنسخوا السّؤال؛ يجب كتابة رقمه فقط.
2. يجب بدء كلّ سؤال في صفحة جديدة. يجب كتابة مراحل الحلّ في الدّفتر، حتّى إذا أُجرِيَت الحسابات بواسطة حاسبة.
يجب تفسير جميع الخطوات، بما في ذلك الحسابات، بالتّفصيل وبوضوح وبترتيب.
عدم التّفصيل قد يؤدّي إلى خصم درجات أو إلى إلغاء الامتحان.

يجب الكتابة في دفتر الامتحان فقط. يجب كتابة "مسوّدة" في بداية كلّ صفحة تُستعمَل مسوّدة.
كتابة أيّة مسوّدة على أوراق خارج دفتر الامتحان قد تسبّب إلغاء الامتحان.

الأسئلة في هذا النّموذج ترد بصيغة الجمع، ورغم ذلك يجب على كلّ طالبة وطالب الإجابة عنها بشكل فرديّ.

ב ה צ ל ח ה!

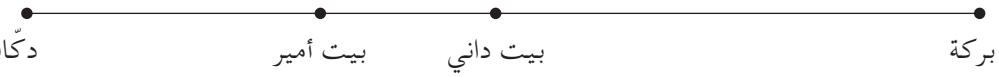
نتمنّى لكم النّجاح!

الأسئلة

أجيبوا عن أربعة من الأسئلة 1-8، على الأقلّ عن سؤال واحد من كلّ فصل. (لكلّ سؤال – 25 درجة.)
انتبهوا: إذا أجبتم عن أكثر من أربعة أسئلة، تُفحص فقط الإجابات الأربع الأولى التي في دفتركم.

الفصل الأوّل: الجبر والاحتمال

1. بيت أمير وبيت داني يقعان بين البركة والدكّان، كما هو موصوف في الرسم الذي أمامكم.
البُعد بين الدكّان والبركة هو 12.5 كم. البُعد بين بيت أمير وبيت داني هو 2.3 كم.



في كلّ يوم، سافر أمير بالدرّاجة الهوائيّة بسرعة v كم/الساعة، وسافر داني بالدرّاجة الهوائيّة بسرعة أكبر بِـ6 كم/الساعة من سرعة سفر أمير.
في يومَي الأحد والإثنين، سافر أمير من بيته إلى البركة، وسافر داني من بيته إلى الدكّان.
في كلّ واحد من يومَي الأحد والإثنين، خرج أمير وداني من بيتَيْهما في نفس الساعة.
في يوم الأحد، عندما وصل داني إلى الدكّان، كان أمير في بُعد 5.8 كم عن البركة.
في يوم الإثنين، عندما وصل داني إلى الدكّان، توقّف هناك وقام بالتسوّق لمدّة 29 دقيقة. بالضبط في نفس الوقت الذي أنهى فيه داني التسوّق، وصل أمير إلى البركة.

أ. **(1)** جدوا سرعة سفر أمير.

(2) جدوا البُعد بين بيت داني والدكّان.

في يوم الثلاثاء، سافر داني من بيته إلى الدكّان، قام بالتسوّق لمدّة نصف ساعة، وعاد باتّجاه بيته. في هذا اليوم، سافر أمير أيضًا إلى الدكّان.
بعد مرور 45 دقيقة من خروج داني من بيته، خرج أمير من الدكّان وسافر باتّجاه بيته.

ب. هل في طريق عودتهما إلى بيتَيْهما، التقى أمير وداني في الطريق التي بين الدكّان وبيت أمير؟ علِّلوا إجابتكم.

/ يتبع في صفحة 3 /

2. المتوالية A هي متوالية هندسيّة حدودها هي $a_1, a_2, a_3 \ldots$ وأساسها هو q ، $-1 < q < 0$.
معطى أنّ: $a_1 = 1$.
المتوالية B معرَّفة لكلّ n طبيعيّ على النحو التالي: $b_n = a_n \cdot a_{n+2}$.

أ. برهِنوا أنّ المتوالية B هي متوالية هندسيّة، وعبِّروا عن أساسها بدلالة q .

ب. أمامكم ثلاثة ادّعاءات I–III . حدِّدوا بالنسبة لكلّ ادّعاء إذا كان صحيحًا أم غير صحيح. علِّلوا تحديداتكم.

I. المتوالية A ليست تصاعديّة وليست تنازليّة.

II. المتوالية B هي متوالية تصاعديّة.

III. الحدود التي تقع في الأماكن الزوجيّة في المتوالية A تُكوِّن متوالية تصاعديّة.

معطى أنّ: المتوالية B هي متوالية لانهائيّة مجموعها هو $\frac{1}{8}$.

جـ. جدوا قيمة q .

معطاة متوالية هندسيّة أخرى C ، وهي معرَّفة لكلّ n طبيعيّ على النحو التالي: $c_n = \frac{a_n}{b_n}$.

معطى أنّ: $c_3 + c_4 + \ldots + c_m = 44{,}307$ ، m هو عدد طبيعيّ.

د. جدوا قيمة m .

3. توجد في مسابقة 5 أسئلة. احتمال الإجابة صحيحًا عن كلّ واحد من الأسئلة هو P .
معلوم أنّ الاحتمال بأن يجيب المتنافس في المسابقة صحيحًا عن 4 أسئلة على الأكثر هو 0.67232 .

أ. جدوا P .

ب. جدوا الاحتمال بأن يجيب المتنافس في المسابقة صحيحًا عن 3 أسئلة بالضبط.

عدد النقاط الذي يُعطى لكلّ سؤال مساوٍ لرقم السؤال. أي أنّ المتنافس الذي أجاب صحيحًا عن السؤال 1، يحصل على نقطة واحدة. المتنافس الذي أجاب صحيحًا عن السؤال 2 يحصل على نقطتين، وهكذا.

جـ. جدوا الاحتمال بأن يُجمِّع المتنافس 14 نقطة على الأقلّ.

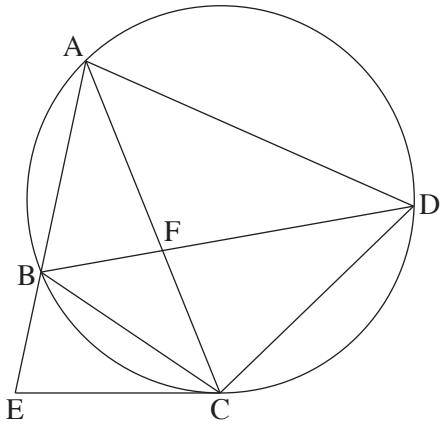
د. جدوا الاحتمال بأن يُجمِّع المتنافس في المسابقة 6 نقاط بالضبط.

هـ. معلوم أنّ سلوى أجابت صحيحًا عن 3 أسئلة بالضبط. جدوا الاحتمال بأن تكون قد جمّعت 6 نقاط بالضبط.

/ يتبع في صفحة 4 /

الفصل الثاني: الهندسة وحساب المثلّثات في المستوى

4. الشكل الرباعيّ ABCD محصور في دائرة. قطرا الشكل الرباعيّ يتقاطعان في النقطة F .
المماسّ للدائرة في النقطة C يقطع امتداد الوتر AB في النقطة E (انظروا الرسم).



معطى أنّ: $AB = CB$.

أ. برهِنوا أنّ: $\sphericalangle EBC = 2 \cdot \sphericalangle BDC$.

معطى أنّ: AC يُنصِّف الزاوية ECD ،
$\frac{CD}{CF} = \frac{8}{5}$.

ب. **(1)** برهِنوا أنّ: $AC = AD$.

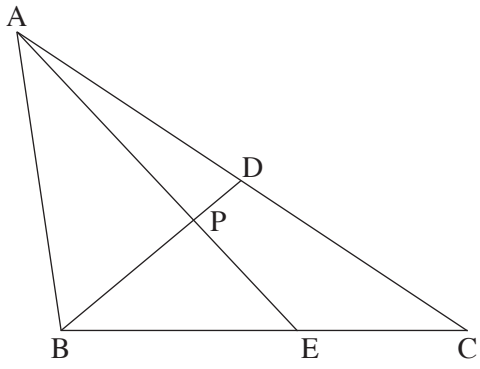
(2) جدوا النسبة $\frac{AD}{CD}$.

(3) جدوا النسبة بين مساحة المثلّث ABF وبين مساحة المثلّث CBF .

نرمز بِـ S إلى مساحة المثلّث ABF .

جـ. عبِّروا بدلالة S عن مساحة المثلّث AEC .

5. في المثلّث ABC ، BD هو مستقيم متوسّط للضلع AC. النقطة E تقع على الضلع BC .
BD وَ AE يتقاطعان في النقطة P (انظروا الرسم).



معطى أنّ: $BP = 3 \cdot PD$.

نرمز: $AB = k$ ، $\sphericalangle BAP = \alpha$ ، $\sphericalangle ABP = \beta$ ، $\alpha < \beta$.

أ. عبِّروا بدلالة α وَ β وَ k عن طولَي القطعتين AP وَ BP .

معطى أنّ AE وَ BD متعامدان، وأنّ مساحة المثلّث ABD هي $0.28k^2$.

ب. جدوا مقدار الزاوية α .

جـ. جدوا النسبة بين نصف قطر الدائرة التي تحصر المثلّث AEC
وبين نصف قطر الدائرة التي تحصر المثلّث AEB .

د. جدوا طول نصف قطر الدائرة التي تحصر المثلّث AEC بحيث يتحقّق $\sphericalangle ABC = 90^o$.
عبِّروا عن إجابتكم بدلالة k .

/ يتبع في صفحة 5 /

الفصل الثالث: حساب التفاضل والتكامل للبولينومات ولدوالّ الجذر وللدوالّ النسبيّة وللدوالّ المثلّثيّة

6. معطاة الدالّة: $f(x)=\frac{6x}{(x^2-a)^2}$ ، a هو بارامتر موجب.

أجيبوا عن البنود "أ–هـ". عبِّروا عن إجاباتكم بدلالة a ، إذا دعت الحاجة.

أ. **(1)** جدوا مجال تعريف الدالّة f(x) .

(2) جدوا معادلات خطوط التقارب المعامدة للمحورين، للدالّة f(x) .

(3) جدوا مجالات تصاعد وتنازل الدالّة f(x) .

ب. ارسموا رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا للدالّة f(x) .

g(x) هي دالّة تحقّق $g'(x)=f(x)$. الرسم البيانيّ للدالّة g(x) يمرّ في النقطة (0 , 0) .

الدالّتان f(x) وَ g(x) معرَّفتان في نفس المجال.

جـ. جدوا مجالات التقعّر باتّجاه الأعلى وباتّجاه الأسفل للدالّة g(x) .

د. **(1)** جدوا دالّة g(x) تحقّق هذه الشروط.

(2) ارسموا رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا للدالّة g(x) التي وجدتموها في البند الفرعيّ "د(1)".

h(x) هي دالّة معرَّفة على النحو التالي: $h(x)=f(x)\cdot g(x)$.

الدالّتان h(x) وَ f(x) معرَّفتان في نفس المجال.

هـ. **(1)** جدوا معادلات خطوط التقارب الموازية للمحورين، للدالّة h(x) .

(2) جدوا مجالات موجبيّة الدالّة h(x) .

/ يتبع في صفحة 6 /

7. معطاة الدالّة: $f(x)=\cos x-\sqrt{\cos x}$ ، في المجال $-\pi\le x\le\pi$.

أ. **(1)** جدوا مجال تعريف الدالّة $f(x)$.

(2) بيِّنوا أنّ الدالّة $f(x)$ هي دالّة زوجيّة.

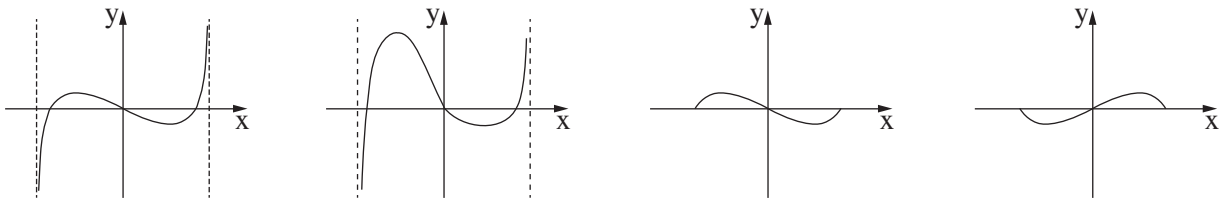
(3) جدوا إحداثيّات نقاط تقاطع الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ مع المحورين.

(4) جدوا إحداثيّات جميع النقاط القصوى للدالّة $f(x)$ ، وحدِّدوا نوع هذه النقاط (في إجابتكم، دقِّقوا حتّى رقمين بعد النقطة العشريّة).

ب. ارسموا رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا للدالّة $f(x)$.

جـ. جدوا مجالات موجبيّة وسالبيّة الدالّة $f(x)$ (إذا وُجدت مثل هذه المجالات).

د. حدِّدوا أيّ رسم بيانيّ من الرسوم البيانيّة I–IV التي أمامكم يصف دالّة المشتقّة $f'(x)$.



IV III II I

معطاة الدالّة $g(x)=k-f(x)$ ، k هو پارامتر موجب. الدالّتان $f(x)$ وَ $g(x)$ معرَّفتان في نفس المجال.

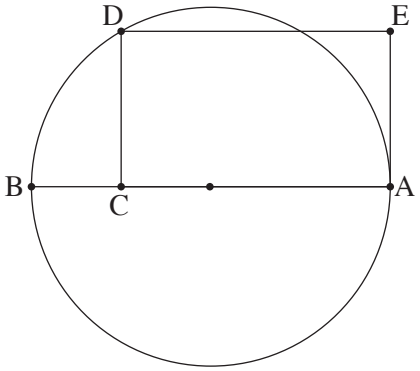
نرمز بِـ S إلى المساحة المحصورة بين الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ والمحور x في المجال الذي بين 0 وَ $\frac{\pi}{2}$.

معطى أنّ المساحة المحصورة بين الرسمَيْن البيانيَّيْن للدالّتين $f(x)$ وَ $g(x)$ والمستقيمَيْن $x=\frac{\pi}{2}$ وَ $x=-\frac{\pi}{2}$ هي $S=14$.

هـ. عبِّروا عن k بدلالة S .

/ يتبع في صفحة 7 /

8. القطعة AB هي قطر في دائرة نصف قطرها R .
نُشير إلى نقطة C على القطر، ونُشير إلى نقطة D على محيط الدائرة،
بحيث تكون القطعة CD معامدة للقطعة AB . القطعة AC أكبر من R .
نُمرِّر عبر النقطة D مستقيمًا يوازي القطر AB .
نُمرِّر عبر النقطة A مماسًّا للدائرة.
المستقيم الموازي والمماسّ يتقاطعان في النقطة E .
نرمز: $AC = x$.



أ. عبِّروا بدلالة R عن قيمة x التي بالنسبة لها تكون مساحة
المستطيل ACDE أكبر ما يمكن.

النقطة F تقع على الضلع DE .

ب. عبِّروا بدلالة R عن أكبر مجموع ممكن لمساحتَي المثلّثَيْن CDF وَ AFE .

בהצלחה!
نتمنّى لكم النّجاح!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל.
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך.
حقوق الطّبع محفوظة لدولة إسرائيل.
النّسخ أو النّشر ممنوعان إلّا بإذن من وزارة التّربية والتّعليم.