هندسة تحليلية – صيف ب 2019

2) معطى المثلّث ABC .

الرأسان B وَ C موضوعان على المحور x، كما هو موصوف في الرسم الذي أمامك.

الرأس A يقع في الربع الأوّل.

معادلة الضلع AC هي: $y=-4\frac{1}{2}x+36$.

معطى أنّ طول الضلع BC هو 5 .

أ. جد إحداثيّات النقطتين C وَ B .

معطى أنّ مساحة المثلّث ABC هي $22\frac{1}{2}$.

ب. جد إحداثيّات النقطة A .

D هي نقطة في الربع الثاني بحيث DB يعامد AB .

جـ. جد معادلة المستقيم BD .

معطى أنّ الإحداثيّ x للنقطة D هو -12 .

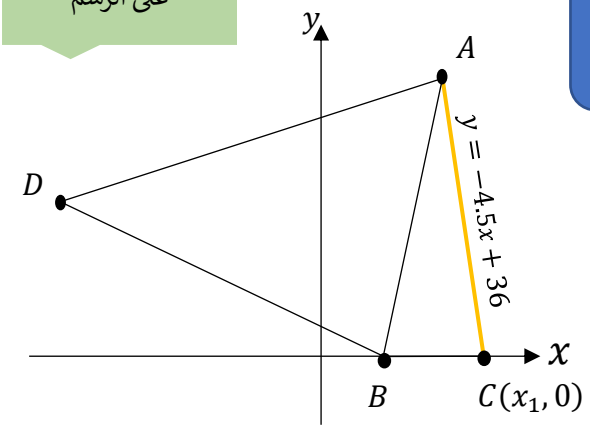
د. (1) برهن أنّ $\sphericalangle DAC=90^o$.

(2) جد مركز الدائرة التي تحصر المثلّث DAC .

(أ) نجد احداثيات النقاط B, C

نجد النقطة C:

المعطيات موجودة على الرسم



النقطة C هي عبارة عن تقاطع المستقيم AC مع محور x

$$y = -4.5x + 36$$
$$\Downarrow$$
$$0 = -4.5x + 36$$
$$\Downarrow$$
$$4.5x = 36$$
$$\Downarrow$$
$$x = 8$$

$$C(8,0)$$

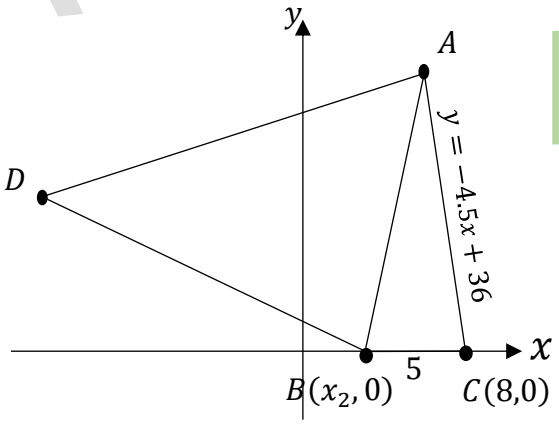
نجد النقطة B:

معطى انَّ البعد بين النقطتين B, C هو 5 وانهما يقعان على محور x

$$x_C - x_B = 5$$
$$\Downarrow$$
$$8 - x_B = 5$$
$$\Downarrow$$
$$x_B = 8 - 5$$
$$\Downarrow$$
$$x_B = 3$$

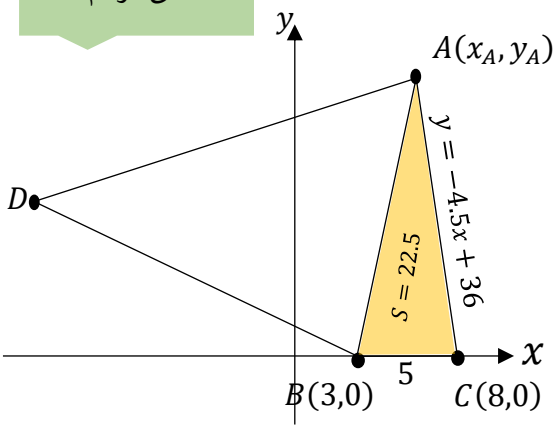
$$B(3,0)$$

المعطيات موجودة على الرسم



(ب) نجد احداثيات النقطة A

المعطيات موجودة على الرسم



الاحداثي y للنقطة A يعبر عن ارتفاع المثلث

$$S_{\Delta ABC} = 22.5$$

$$\Downarrow$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{y_A \cdot BC}{2}$$

$$\Downarrow$$

$$22.5 = \frac{y_A \cdot 5}{2}$$

$$\Downarrow$$

$$y_A = \frac{22.5}{2.5}$$

$$\Downarrow$$

$$y_A = 9$$

نعوض الاحداثي y_A في معادلة المستقيم AC

$$y = -4.5x + 36$$

$$\Downarrow$$

$$9 = -4.5x + 36$$

$$\Downarrow$$

$$-27 = -4.5x$$

$$\Downarrow$$

$$x = 6$$

$$\Downarrow$$

$$x_A = 9$$

$$A(6,9)$$

(ج) نجد معادلة المستقيم BD

نجد ميل المستقيم AB اولا:

المستقيم AB يعامد المستقيم BD

$$m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

$$m_{AB} = \frac{0-9}{3-6}$$

$$\Downarrow$$

$$m_{AB} = \frac{-9}{-3}$$

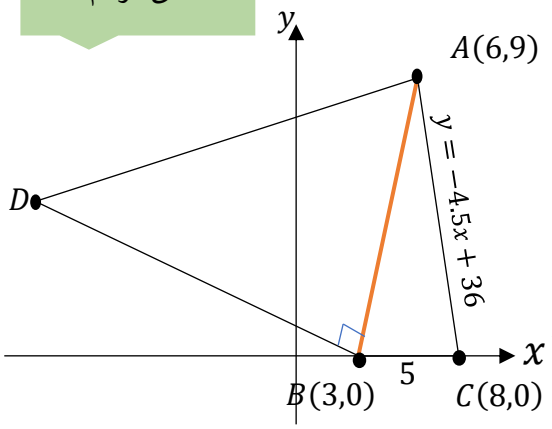
$$\Downarrow$$

$$m_{AB} = 3$$

$$\Downarrow$$

$$m_{DB} = -\frac{1}{m_{AB}} = -\frac{1}{3}$$

المعطيات موجودة على الرسم



$$y - y_B = m(x - x_B)$$

$$\Downarrow$$

$$y - 0 = -\frac{1}{3}(x - 3)$$

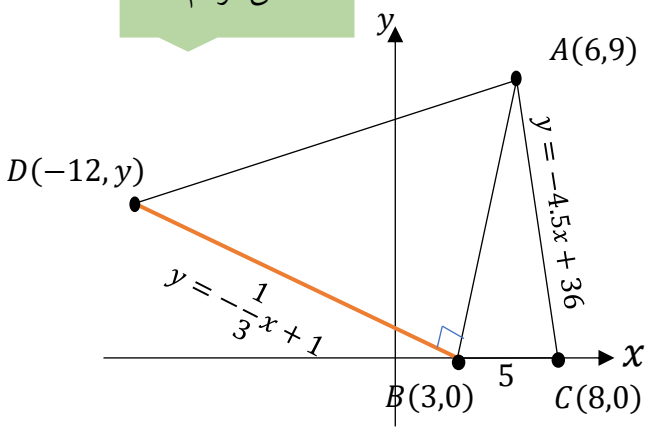
$$\Downarrow$$

$$y = -\frac{1}{3}x + 1$$

النقطة B تقع على المستقيم BD

(د)(1) نبرهن انَّ $\measuredangle DAC = 90°$

المعطيات موجودة على الرسم



$$y = -\frac{1}{3}x + 1$$

$$\Downarrow$$

$$y = -\frac{1}{3}(-12) + 1$$

$$\Downarrow$$

$$y = 5$$

$$\Downarrow$$

$$D(-12,5)$$

إذا تحقق انَّ $\measuredangle DAC = 90°$ فهذا يعني انَّ المستقيم DA والمستقيم AC يعامدان بعضهما لذا يجب ان يتحقق الشرط التالي :

$$m_{AD} = -\frac{1}{m_{AC}}$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{y_D - y_A}{x_D - x_A} = -\frac{1}{-4.5}$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{5-9}{-12-6} = \frac{2}{9}$$

$$\Downarrow$$

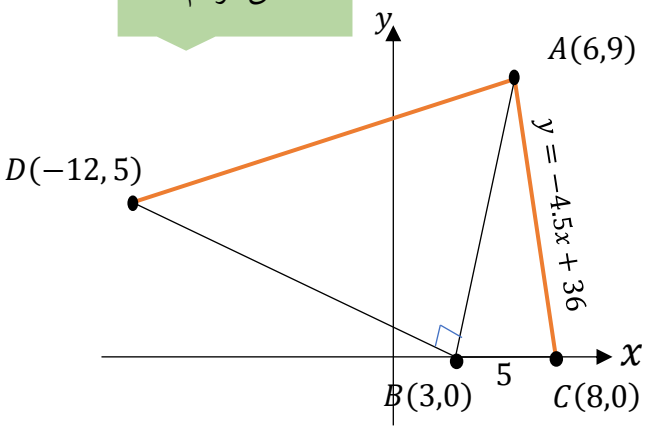
$$\frac{-4}{-18} = \frac{2}{9}$$

$$\Downarrow$$

$$0 = 0$$

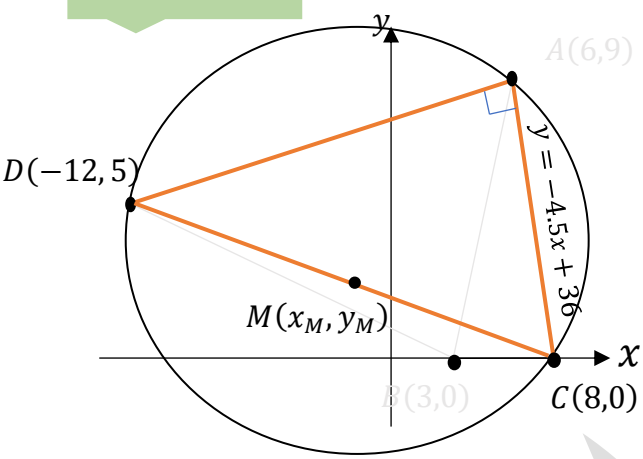
✓

المعطيات موجودة على الرسم



(د)(2) نجد مركز الدائرة الحاصرة للمثلث ΔADC

المعطيات موجودة على الرسم



يتحقق انَّ $\measuredangle DAC = 90°$ لذا انَّ المستقيم DC هو قطر الدائرة الحاصرة للمثلث ΔADC

النقطة M (نقطة مركز الدائرة بالنسبة لنا) وسط الضلع DC

$$M\left(\frac{x_D + x_C}{2}, \frac{y_D + y_C}{2}\right)$$

$$\Downarrow$$

$$M\left(\frac{-12 + 8}{2}, \frac{5 + 0}{2}\right)$$

$$\Downarrow$$

$$M(-2,2.5)$$